УРОК № 56

Тема уроку. *Співвідношення між сторонами й кутами прямокутного трикутника.*

Мета уроку: *учити учнів застосовувати правила знаходження катета й гіпотенузи під час розв'язування задач.*

Тип уроку: *застосування знань, навичок та вмінь.*

Хід уроку

I. Організаційний момент

II. Перевірка домашнього завдання

Розв'язання задач роздаються на кожну парту для перевірки.

Задача 1. *Розв'язання*

Із трикутника *ADB* ($\angle D = 90°$) (рис. 1): $BD = a \cdot \sin\alpha$; $AD = a \cdot \cos\alpha$.

Із трикутника *BDC* ($\angle D = 90°$): $DC = \frac{BD}{tg\gamma} = \frac{a\sin\alpha}{tg\gamma}$; $AC = AD + DC =$

$= a\cos\alpha + \frac{a\sin\alpha}{tg\gamma}$.

Відповідь: $a\cos\alpha + \frac{a\sin\alpha}{tg\gamma}$.

Задача 2. *Розв'язання*

Із трикутника *ACB* ($\angle C = 90°$) (рис. 2): $AC = c\cos\alpha$; $BC = c\sin\alpha$.

Із трикутника *ACK* ($\angle C = 90°$): $KC = AC\,tg\beta = c\cos\alpha\,tg\beta$; $BK = BC - KC =$
$= c\sin\alpha - c\cos\alpha\,tg\beta$.

Відповідь: $c\sin\alpha - c\cos\alpha\,tg\beta$.

Задача 3. *Розв'язання*

Оскільки трикутник *ABC* (рис. 3) — рівнобедрений, то $\angle A = \angle C = \frac{180° - \beta}{2}$

$= = 90° - \frac{\beta}{2}$. У трикутнику *ADB* ($\angle D = 90°$): $\angle BAD = 90° - \beta$.

Тоді $\angle DAC = 90° - \frac{\beta}{2} - (90° - \beta) = 90° - \frac{\beta}{2} - 90° + \beta = \frac{\beta}{2}$. Із трикутника

ADC ($\angle D = 90°$): $AC = \frac{h}{\cos\frac{\beta}{2}}$. *Відповідь:* $\frac{h}{\cos\frac{\beta}{2}}$.

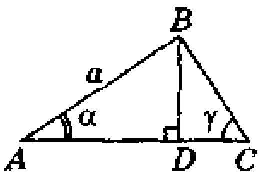


Рис. 1

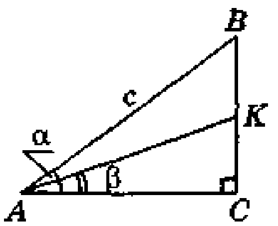


Рис. 2

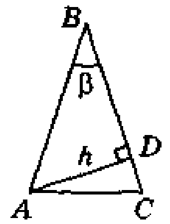


Рис. 3

Математичний диктант

Закінчіть речення.

1) Катет, протилежний куту α, дорівнює добутку гіпотенузи на...
2) Гіпотенуза дорівнює частці від ділення катета на синус...
3) Катет, протилежний куту α, дорівнює добутку другого катета на...
4) Синус кута α — це...
5) Тангенс кута α — це...
6) Катет, прилеглий до кута α, дорівнює...
7) Гіпотенуза дорівнює частці від ділення катета на косинус кута...
8) Косинус кута α — це...
9) Синус, косинус, тангенс залежать тільки від...
10) У прямокутному трикутнику дві перпендикулярні сторони називаються...
11) Синусом кута α (рис. 4) є відношення...
12) Косинусом кута α (рис. 4) є відношення...

Після диктанту проводиться взаємоперевірка.

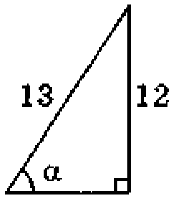


Рис. 4

III. Формулювання мети і задач уроку

IV. Актуалізація опорних знань учнів

Розв'язування задач за готовими рисунками

Учням роздаються картки, на яких зроблені рисунки і залишене місце для розв'язання задач.

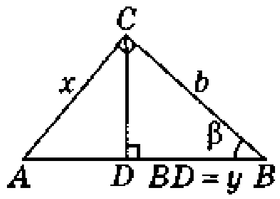
<table>
<tr><th>Варіант I</th><th>Варіант II</th></tr>
<tr><td colspan="2">У завданнях 1 —3 знайдіть x і y.</td></tr>
<tr><td>1.


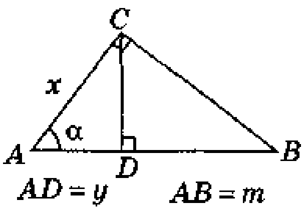
Рис. 5</td><td>1.


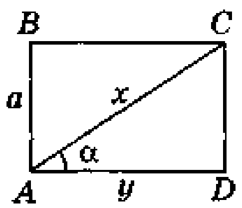
Рис. 8</td></tr>
<tr><td>2.


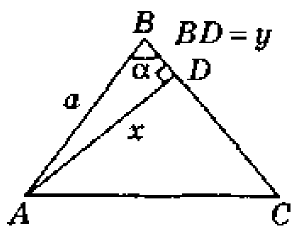
Рис. 6</td><td>2.


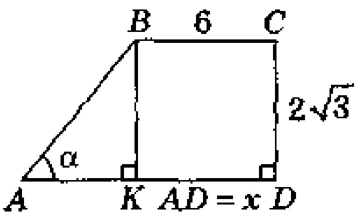
Рис. 9</td></tr>
<tr><td>3.


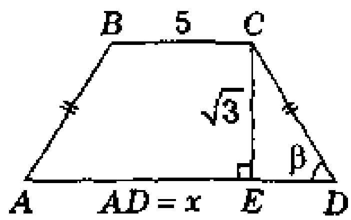
Рис. 7</td><td>3.


Рис. 10</td></tr>
</table>

Розв'язання задач

Варіант I

1. Із трикутника *ACB* ($\angle C = 90°$) $x = b \cdot tg\beta$. Із трикутника *CDB* ($\angle D = 90°$) $BD = b \cdot \cos\beta$.
2. Із трикутника *ADC* ($\angle D = 90°$) $y = \frac{a}{tg\alpha}$; $x = \frac{a}{\sin\alpha}$.
3. Із трикутника *AKB* ($\angle K = 90°$) $AK = \frac{2\sqrt{3}}{tg\alpha}$, $AD = x = KD + AK = 6 + \frac{2\sqrt{3}}{tg\alpha}$.

Варіант II

1. Із трикутника *ACB* ($\angle C = 90°$) $AC = x = AB \cdot \cos\alpha = m \cdot \cos\alpha$. Із трикутника *ADC* ($\angle D = 90°$) $AD = y = x \cdot \cos\alpha = m \cos^2\alpha$.
2. Із трикутника *ADS* ($\angle D = 90°$) $x = a \cdot \sin\alpha$, $BD = y = a \cos\alpha$.
3. Із трикутника *CED* ($\angle E = 90°$) $DE = \frac{\sqrt{3}}{tg\beta}$, $AD = x = 5 + \frac{\sqrt{3}}{tg\beta}$.

V. Виконання завдань на закріплення вмінь і навичок

Формується творча група із сильних учнів. Група розв'язує задачі 1 – 4.

Задача 1. У трапеції *ABCD* $AB = 8$ см, $BC = 4$ см, $\angle A = \alpha$, $\angle NDC = \beta$. Знайдіть *AD*.

Розв'язання

Нехай *ABCD* (рис. 11) — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB = 8$ см, $BC = 4$ см, $\angle A = \alpha$; $\angle NDC = \beta$. Із трикутника *AKB* ($\angle K = 90°$): $AK = 8 \cdot \cos\alpha$; $BK = 8 \cdot \sin\alpha$; $ND = BK$. Із трикутника *DNC* ($\angle N = 90°$): $NC = DN \cdot tg\beta = 8 \cdot \sin\alpha \cdot tg\beta$. $BN = KD = 4 - 8 \sin\alpha\, tg\beta$. Тоді $AD = AK + KD = 8 \cos\alpha + 4 - 8 \sin\alpha\, tg\beta$.

Відповідь: $8 \cos\alpha + 4 - 8 \sin\alpha\, tg\beta$.

Задача 2. У трикутнику *ABC* $\angle C = 90°$, $AC = 6$, $tgB = \frac{1}{2}$ (рис. 12). Знайдіть *AB* і *BC*.

Розв'язання

Оскільки $tg\beta = \frac{1}{2}$, а $tgB = \frac{AC}{BC}$, то $\frac{1}{2} = \frac{6}{BC}$, $BC = 12$. Тоді $AB = \sqrt{6^2 + 12^2}$ $= = \sqrt{36+144} = \sqrt{180} = \sqrt{36 \cdot 5} = 6\sqrt{5}$.

Відповідь: $6\sqrt{5}$; 12.

Задача 3. Дано: $\angle ABC = 90°$, $BD \perp AC$, $BD = h$, $\angle ABD = a$ (рис. 13).

Знайти: сторони трикутника *ABC*.

Розв'язання

Оскільки трикутник *ADB* (рис. 13) — прямокутний і $\angle ABD = \alpha$, то $\angle A = 90° - \alpha$. У трикутнику ABC ($\angle B = 90°$) $\angle C = 90° - (90° - \alpha) = \alpha$. Із трикутника BDC ($\angle D = 90°$): $BC = \frac{h}{\sin\alpha}$. Із трикутника *ABC* ($\angle B = 90°$): $AB = BC\, tg\alpha = \frac{h}{\sin\alpha} tg\alpha$ (або із трикутника *ADB* ($\angle D = 90°$): $AB = \frac{h}{\cos\alpha}$). Тоді

$AC =$ $AC = \dfrac{AB}{\sin\alpha} = \dfrac{\dfrac{h}{\cos\alpha}}{\sin\alpha} = \dfrac{h}{\cos\alpha \cdot \sin\alpha}$.

Відповідь: $BC = \dfrac{h}{\sin\alpha}$; $AB = \dfrac{h}{\cos\alpha}$; $AC = \dfrac{h}{\cos\alpha \cdot \sin\alpha}$.

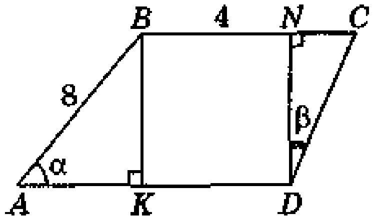


Рис. 11

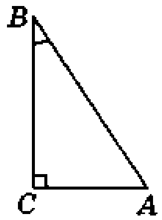


Рис. 12

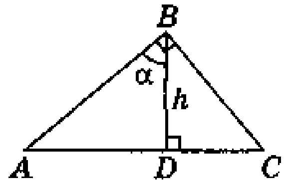


Рис. 13

Задача 4. Середня лінія рівнобедреної трапеції дорівнює 4. Площа трапеції дорівнює 8. Знайдіть тангенс кута між діагоналлю та основою трапеції.

Розв'язання

Нехай *ABCD* (рис. 14) — дана трапеція, $BC \parallel AD$, $AB = CD$. Середня лінія трапеції дорівнює 4, площа — 8. $S_{ABCD} = \dfrac{BC + AD}{2}$ $h = 4 \cdot h = 8$; $h = 2$.

$KD = \dfrac{AD - BC}{2}$, тоді AK = AD - $\dfrac{AD - BC}{2} = \dfrac{2AD - AD + BC}{2} = \dfrac{AD + BC}{2} =$ 4; tgα = $\dfrac{CK}{AK} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$. *Відповідь:* $\dfrac{1}{2}$.

Інші учні розв'язують задачі 5—9 під керівництвом учителя біля дошки.

Задача 5. У прямокутному трикутнику гіпотенуза дорівнює 34 см, а косинус одного з кутів — $\dfrac{8}{17}$. Знайдіть катети трикутника.

Розв’язання

Із трикутника *ACB* ($\angle C = 90°$) (рис. 15): $AC = AB \cdot cosA = 34 \cdot \dfrac{8}{17} = 16$.

$BC = \sqrt{34^2 - 16^2} = \sqrt{1156 - 256} = \sqrt{900} = 30$ (см).

Відповідь: 30 см.

Задача 6. Дано: $\angle BAD = \angle CBD = 90°$, $\angle BCD = \alpha$, $\angle BDA = \beta$, $CB = b$ (рис. 16). Знайти: *AB*.

Розв'язання

Із трикутника *DBC* ($\angle B = 90°$) (рис. 16): $BD = b \cdot$ tgα. Із трикутника *DAB* ($\angle A = 90°$): $AB = BD \cdot$ sinβ = b tgα · sinβ.

Відповідь: b tgα sinβ.

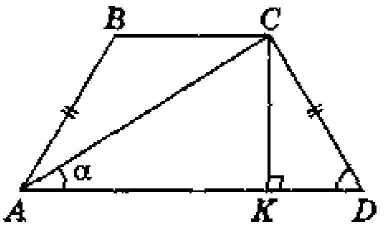


Рис. 14

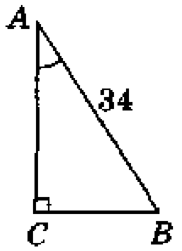


Рис. 15

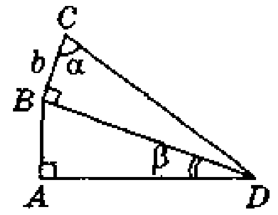


Рис. 16

Задача 7. Більша діагональ ромба дорівнює *m,* гострий кут ромба — α. Знайдіть сторону ромба й меншу діагональ.

Розв'язання

Оскільки *ABCD* — ромб (рис. 17 на с. 252), то його діагоналі перпендику-лярні і є бісектрисами кутів ромба: $BD \perp AC$ і $\angle ABO = \angle CBO = \frac{\alpha}{2}$, а також $BO = OD = \frac{m}{2}$. Із трикутника *AOB* ($\angle O = 90°$): $AO = \frac{m}{2}\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}$; $AC = m\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}$; $AB = \frac{\frac{m}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{m}{2\cos\frac{\alpha}{2}}$.

Відповідь: $\frac{m}{2\cos\frac{\alpha}{2}}$; $m\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}$

Задача 8. Діагональ *AC* прямокутника *ABCD* дорівнює *d.* Діагональ *BD* утворює зі стороною *CD* кут β. Знайдіть сторони прямокутника.

Розв'язання

Нехай *ABCD* — прямокутник (рис. 18), тоді $OC = OD$ і трикутник *COD* — рівнобедрений з основою *DC.* Тоді $\angle OCD = \angle ODC = \beta$. Із трикутника *ADC* ($\angle D = 90°$): $AD = d\sin\beta$; $DC = d\cos\beta$.

Відповідь: $d\sin\beta$; $d\cos\beta$.

Задача 9. За даними рис. 19 знайдіть *AD* і *CD.*

Розв'язання

Із трикутника *ABC* ($\angle B = 90°$): $AC = \frac{a}{\sin\alpha}$. Із трикутника *ADC* ($\angle D = 90°$): $AD = AC\cos\beta = \frac{a}{\sin\alpha}\cdot$ cosp $= \frac{a\cos\beta}{\sin\alpha}$, $CD = AC\sin\beta = \frac{a}{\sin\alpha}\cdot\sin\beta$.

Відповідь: $\frac{a\cos\beta}{\sin\alpha}$; $\frac{a\sin\beta}{\sin\alpha}$.

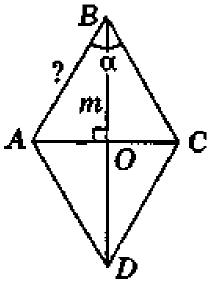


Рис. 17

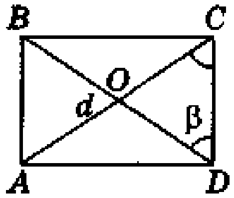


Рис. 18

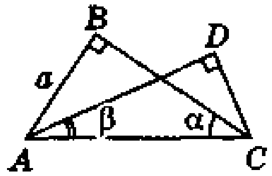


Рис. 19

VI. Підбиття підсумків уроку

Питання та завдання класу

1. Чи досягли ви мети уроку?
2. Що нового ви дізналися на уроці?
3. За даними рис. 20 знайдіть *BC* і *AC*.

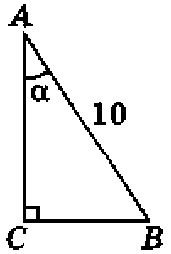


Рис. 20

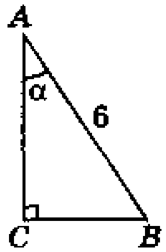


Рис. 21

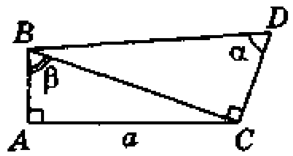


Рис. 22

VII. Домашнє завдання

С Задача 1. За даними рис. 21 знайдіть *AC* і *BC*.

Д Задача 2. Дано: $\angle BAC = \angle BCD = 90°$, $\angle ABC = \beta$, $\angle BDC = \alpha$, $AC = a$ (рис. 22). Знайти: *DC*.

В Задача 3. Знайдіть синус, косинус і тангенс кута при вершині рівнобедрено-го трикутника, периметр якого дорівнює 36 см, а основа — 10см.