УРОК № 47

Тема уроку. *Многокутники. Площі многокутників.*

Мета уроку: *узагальнити і систематизувати знання, вміння та навички учнів з теми; розвивати навички самоконтролю.*

Тип уроку: *узагальнення та систематизація знань.*

Обладнання: *картки самоконтролю; різнокольорові квадрати (зелені, жовті, червоні).*

Хід уроку

І. Організаційний момент

Учитель пропонує учням об'єднатися в групи по 4—5 осіб і повідомляє про те, що на даному уроці групи являють собою будівельні фірми. Замовник оголосив тендер на будівництво готельного комплексу для відпочинку в Карпатах, задача фірми — виграти цей тендер.

ІІ. Перевірка домашнього завдання

Учні одержують картки зі зразком виконання домашніх задач для звірення.

Задача 1. *Розв'язання*

Добудуємо рівнобедрений прямокутний трикутник ABC (рис. 1) до квадрата ABA_1C. Його діагональ $BC = c$. Оскільки $S_{ABA_1C} = \frac{c^2}{2}$, то $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} S_{ABA_1C} = \frac{c^2}{4}$.

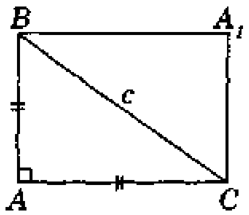


Рис. 1

Відповідь: $\frac{c^2}{4}$.

Задача 2. *Розв'язання*

Оскільки площа ромба дорівнює півдобутку його діагоналей, то одна з діагоналей дорівнює 600 : (30 : 2) = 40 (см). Діагоналі ромба перетинаються під прямим кутом, тому утворюється прямокутний трикутник з катетами, які дорівнюють половинам діагоналей, і гіпотенузою, яка дорівнює стороні ромба. Сторона ромба дорівнює (за теоремою Піфагора): $\sqrt{15^2 + 20^2} = 25$ (см). Як відомо, площа ромба — добуток його висоти на сторону. Отже, висота ромба: 600 : 25 = 24 (см).

Відповідь: 24 см.

Задача 3. *Розв'язання*

Нехай у трапеції $ABCD$ (рис. 2) AC — бісектриса прямого кута A, BC = 12 см, $AD - BC$ = 6 см. Проведемо висоту CK ($CK \perp AD$). Тоді $KD = AD - BC = 6$ (см), оскільки $AK = BC$ = 12 см. У трикутнику ACK $\angle AKC = 90°$, $\angle CAK = 45°$, оскільки AC — бісектриса прямого кута A. Отже, ACK — рівнобедрений трикутник з основою AC. Тоді $CK = AK$ = 12 см. $S_{ASCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot CK = \frac{12+18}{2} \cdot 12 = 180$ (см²).

Відповідь: 180 см^2.

Задача 4. *Розв'язання*

Розв'язання цієї задачі може бути алгебраїчним. Нехай $S_1 = ab$ — площа одного із прямокутників, $S_2 = cd$ — другого. Тоді квадрат має площу $S = S_1 + S_2$. Нехай x — сторона квадрата, тоді $x^2 = ab + cd$, $x = \sqrt{ab+cd}$. Виконаємо тотожні перетворення: $x = \sqrt{c\left(\frac{ab}{c} + d\right)}$. Побудуємо x_1 - четвертий пропорційний відрізок. Отже, $x = \sqrt{c(x_1 + d)}$, $x_2 = x_1 + d$. Тоді $x = \sqrt{cx_2}$ — середнє геометричне довжин відрізків c і x_2 (рис. 3).

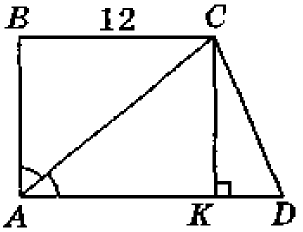


Рис. 2

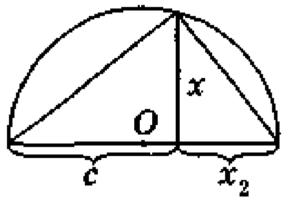


Рис. 3

ІІІ. Формулювання теми, мети і задач уроку

IV. Актуалізація опорних знань учнів

Технологія «Акваріум»

Кожний будівельник повинен добре знати теоретичні основи, щоб побудована споруда була міцною. Керівники фірм підходять до столу вчителя (замовника) і беруть картки, одна із яких позначена зірочкою. Фірма, що витягла картку із зірочкою, сідає в центрі класу, інші утворюють зовнішнє коло. Представники фірми в центрі відповідають на теоретичні питання домашнього завдання, які їм по черзі ставлять представники фірм із зовнішнього кола. Кожна правильна відповідь оцінюється в 0,5 бала, які фіксуються секретарем групи. Якщо фірма-відповідач не дала правильної відповіді, то відповідає група, яка поставила питання, і заробляє при цьому 0,5 бала.

V. Узагальнення вмінь та навичок учнів (розв'язування задач) Виконання усних вправ

Кожна фірма повинна вміти швидко орієнтуватися в ситуації (перевіряється вміння застосовувати формули для розв'язування найпростіших задач). Час для підготовки відповіді — 3—5 хвилин. Правильна відповідь оцінюється в 4 бали.

1. Скільки потрібно взяти плит квадратної форми з діагоналлю 0,5 м, щоб покрити ними двір площею 200 м^2? (*Відповідь:* 800 штук.)
2. Готельний хол має форму трапеції з основами 20 м і 10 м і висотою 8 м. Знайдіть площу ковроліна, необхідного, щоб застелити цей хол. (*Відповідь:* 120 м^2.)
3. Необхідно розбити у дворі три однакові клумби, кожна з яких має форму рівностороннього трикутника. Висота кожного трикутника дорівнює 3 м. Яку площу займуть ці клумби? (*Відповідь:* 27 $\sqrt{3}$ м^2.)

4. Басейн має форму ромба. Довжина його діагоналей дорівнює 20 м і 16 м. Яку площу займе цей басейн? (*Відповідь:* 160 м^2.)
5. Дискотеки проводитимуть на площадці, що має форму шестикутника, у якого рівні всі сторони й кути. Визначте градусну міру кожного кута цього шестикутника й площу танцювального залу, враховуючи те, що місце для танців — коло, вписане в цей шестикутник, радіус кола дорівнює 5 м, а сторона шестикутника 20 м. (*Відповідь:* 300 м^2.)

Практичне завдання

Замовник дає фірмі завдання. Фірма, що впоралася першою, пропонує своє розв'язання. Інші виступають опонентами. За правильне розв'язання задачі фірма одержує 6 балів. Опоненти за вдалі, доречні зауваження та пропозиції одержують 2 бали.

Практичне завдання. Стіна кафе має форму прямокутника зі сторонами 3 м і 6 м. На стіні зображено морський пейзаж, що має мозаїчні вкраплення у вигляді кораблика, утвореного із з п'яти рівних прямокутних трикутників, у які вписано квадрати. Катети трикутника дорівнюють 1 м і 2 м. Квадрати складаються із прозорого скла, інша частина — з кольорового. Скільки квадратних метрів прозорого та кольорового скла потрібно для того, щоб викласти кораблик? Якою є площа частини стіни, що залишилася без мозаїки? Скільки фарби необхідно для того, щоб пофарбувати цю частину стіни, якщо для фарбування 1 м^2 необхідно 300 г фарби? Яку максимальну кількість корабликів можна зобразити на стіні кафе?

Розв'язання

Площа одного трикутника $S = \frac{1 \cdot 2}{2} = \frac{2}{2} = 1$ (м^2). Знайдемо площу вписаного в нього квадрата. Для цього необхідно знайти його сторону. Нехай у трикутник ABC (рис. 4), де $AC = 1$ м, $BC = 2$ м, $\angle C = 90°$, вписаний квадрат $CMNK$. Тоді $MN \parallel CB$ і $\Delta MAN \backsim \Delta CAB$. Отже, $\frac{MN}{CB} = \frac{AM}{AC}$. Нехай $NM = x$ ($x > 0$). Тоді $\frac{x}{2} = \frac{1-x}{1}$; $x = 2 - 2x$; $3x = 2$; $x = \frac{2}{3}$. Тоді $S_{CMNK} = x^2 = \frac{4}{9}$. Площа кольорової частини одного трикутника: $1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$ (м^2). Тоді площа кольорової частини кораблика (рис. 5): $\frac{5}{9} \cdot 5 = \frac{25}{9} = 2\frac{7}{9}$ (м^2), а прозорої частини: $\frac{4}{9} \cdot 5 = \frac{20}{9} = 2\frac{2}{9}$ (м^2). Площа, яку займає кораблик: $1 \cdot 5 = 5$ (м^2), або $2\frac{2}{9} + 2\frac{7}{9} = 5$ (м^2). Тоді площа частини для фарбування становить $18 - 5 = 13$ (м^2). А фарби знадобиться $0,3 \cdot 13 = 3,9$ (кг). Очевидно, що максимально на стіні можна зобразити 18 : 5 = = 3,6, тобто три кораблики.

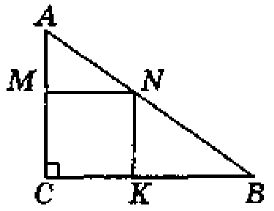


Рис. 4

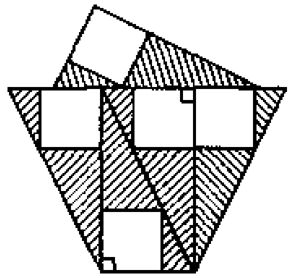


Рис. 5

VI. Релаксація

Щоб фірма продуктивно працювала, її працівники повинні вміти відпочивати. Вашій увазі пропонується історичний екскурс, підготовлений однією з фірм.

Вимірювання площ у стародавності

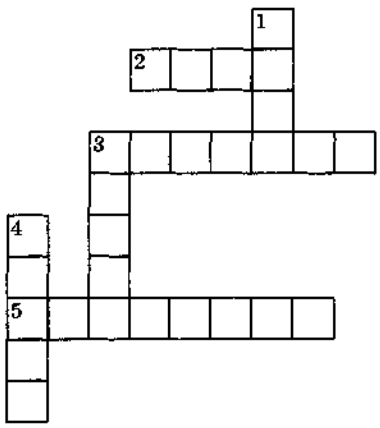
Вимірювання площ — одна із найбільш ранніх задач, поставлених життям. Установити точно, коли вперше людині знадобилося визначати площу і якої саме фігури, неможливо. У Давньому Єгипті, Вавилоні та Індії люди незалежно одне від одного знаходили способи визначення площ. Ще 4000 років тому в Єгипті вміли визначати площу. Вузька смужка землі між Нилом і пустелею була родючою. З кожної її одиниці люди платили податок. Але щорічно ця смужка затоплялася Нилом. Після спаду води треба було відновлювати межі. Необхідність швидко й правильно визначати площу була однією з причин раннього розвитку геометрії як науки про вимірювання землі.

Бліц-кросворд

Учитель читає питання, групи заповнюють кросворд, підготовлений для кожної групи в декількох екземплярах.

По горизонталі: 2. Множина точок площини, рівновіддалених від однієї точки. 3. Трикутники, відповідні сторони яких пропорційні та відповідні кути рівні. 5. Чотирикутник, у якого тільки дві сторони паралельні.

По вертикалі: 1. Паралелограм, у якого всі сторони рівні. 3. Ключове слово останньої теми. 4. Сторона прямокутного трикутника.



VII. Підбиття підсумків уроку

Учні заповнюють картку самоконтролю.

Прізвище,
ім'я ____________________________
Клас ________________

Знання теорії	
Усна робота	
Робота в групі	
Кросворд	

Учитель пропонує учням підняти картки оцінки своєї роботи на уроці: зелений квадрат — задоволений своєю роботою; жовтий квадрат — могло бути краще; червоний квадрат — не задоволений. Аналізуються причини, через які учні не задоволені своєю роботою.

VIII. Домашнє завдання

С 1. Діагоналі ромба відносяться як 8 : 15, а його площа дорівнює 240 см^2. Знайдіть діагоналі ромба.

Д 2. Периметр паралелограма дорівнює 28 см, а його висоти дорівнюють 3 см і 4 см. Знайдіть площу паралелограма.

В 3. Бісектриса гострого кута прямокутного трикутника ділить катет на відрізки, один із яких на 2 см менший, ніж інший. Знайдіть площу трикутника, якщо гіпотенуза та другий катет відносяться як 5 : 4.