УРОК № 44

Тема уроку. *Площа трикутника.*

Мета уроку: *довести формулу для обчислення площі трикутника; формувати вміння розв'язувати задачі з використанням цієї формули.*

Тип уроку: *засвоєння нових знань.*

Хід уроку

І. Організаційний момент

ІІ. Перевірка домашнього завдання

Консультанти перевіряють наявність домашнього завдання та з'ясовують, розв'язання яких задач необхідно розібрати в класі. Учитель пропонує обговорити розв'язання задач 2 і 3 домашнього завдання. Задача 2 має два розв'язки. (Чому? Учитель підкреслює необхідність уважно читати умову задачі й аналізувати її.) Розв'язання задачі 3 або підготовлено заздалегідь на дошці, або колективно розбирається під керівництвом учителя.

ІІІ. Актуалізація опорних знань учнів

Завдання класу

- Знайдіть площі фігур за готовими рисунками (рис. 1, *а-г*).

Учні працюють у парах і через певний час на прохання вчителя показують відповідь на планшетах. Учитель вибірково просить пояснити відповідь, спираючись на вже відомі факти.

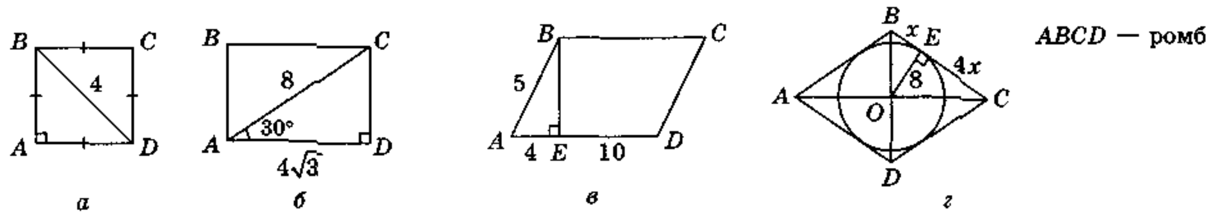


Рис. 1

Розв'язання

а) $S_{ABCD} = \frac{BD^2}{2} = 8$ (см^2) — формула обчислення площі квадрата за його діагоналлю (виведена на минулому уроці).

б) $CD = 4$ см — катет, який лежить проти кута 30°. $S_{ABCD} = AD \cdot CD = 16\sqrt{3}$ (см^2).

в) $AD = AE + ED = 14$ (см), із прямокутного трикутника ABE ($\angle AEB = 90°$) $BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 3$ (см) (використаємо теорему Піфагора, вивчену в темі «Подібність трикутників»). $S_{ABCD} = AD \cdot BE = 14 \cdot 3 = 42$ (см^2) (формула для обчислення площі паралелограма).

г) $OE = 8$ см — радіус вписаного в ромб $ABCD$ кола, тоді $h = 2 \cdot OE = 16$ см, де h — висота ромба. У прямокутному трикутнику OBC ($\angle BOC = 90°$) OE — висота, проведена до гіпотенузи. Тоді $OE^2 = 4x^2$, $64 = 4x^2$, $x^2 = 16$ ($x > 0$), $x = 4$. Отже, $BC = 5 \cdot 4 = 20$ (см). Звідси $S_{ABCD} = BC \cdot h = 20\ 16 = 320$ (см^2).

IV. Формулювання теми, мети і задач уроку

V. Вивчення нового матеріалу

Працюючи в парах, учні самостійно виводять формулу для обчислення площі трикутника. Потім один із учнів записує її на дошці. Перш ніж пари почнуть працювати, слід поставити запитання про властивості площі й акцентувати увагу на тому, що діагональ ділить паралелограм на два рівних трикутники. Виведення формули $S = \frac{1}{2} ah_a$, де a — сторона трикутника, h_a — висота, проведена до сторони a, записується учнями в зошитах.

VI. Первинне закріплення нових знань учнів

Виконання усних вправ (обговорюються в парах)

1. Знайдіть площу трикутника, якщо одна з його сторін 5 см, а висота, проведена до цієї сторони, дорівнює 2 см.
2. Знайдіть площу прямокутного трикутника з катетами 8 см і 3 см.
3. Зробіть узагальнення: чому дорівнює площа прямокутного трикутника з катетами a і b? (Учні записують формулу $S = \frac{ab}{2}$.)
4. Чому дорівнює площа прямокутного трикутника, виражена через його гіпотенузу c і висоту, опущену на гіпотенузу? (Учні записують формулу $S = \frac{ch_c}{2}$.)
5. На попередньому уроці було доведено, що сторони паралелограма обернено пропорційні його висотам. Чи є вірним це твердження для трикутників?

Виконання письмових вправ (фронтальна робота)

Задача 1. У трикутнику дві сторони дорівнюють 2 см і 4 см. Висота, опущена на меншу із цих сторін, дорівнює 5 см. Що можна сказати про величину висоти, опущеної на більшу сторону? Знайдіть цю висоту.

Задача 2. Перпендикуляр, проведений із середини основи до бічної сторони рівнобедреного трикутника, ділить її на відрізки 9 см і 16 см рахуючи від вершини, протилежної до основи. Знайдіть площу трикутника.

Розв'язання

Нехай трикутник ABC (рис. 2) рівнобедрений з основою AC, M — середина сторони AC, $ME \perp BC$, $BE = 9$ см, $EC = 16$ см. Сполучимо точки B і M. BM — медіана, висота і бісектриса трикутника ABC. $BC = BE + EC = 25$ із трикутника BMC. ($\angle BMC = 90°$) за властивістю пропорційних відрізків у прямокутному трикутнику одержимо: $BM^2 = BE \cdot BC = 9 \cdot 25$, $BM = 15$ (см) ($BM > 0$), $MC^2 = EC \cdot BC = 16 \cdot 25$, $MC = 20$ см ($MC > 0$), $AC = 40$ см.

Отже, $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BM = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 40 = 15 \cdot 20 = 300$ (см^2).

Відповідь: 300 см^2.

Задача 3. Доведіть, що медіана ділить трикутник на два рівних за площею (рівновеликих) трикутники.

Доведення

Нехай *BM* — медіана трикутника *ABC* (рис. 3). Розглянемо трикутник *ABM*. Проведемо в ньому висоту *BK*. $S_{\Delta ABM} = \frac{AM \cdot BK}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} AC \cdot BK = \frac{AC \cdot BK}{4}$.

Розглянемо трикутник *BMC: BK* — його висота, $MC = \frac{1}{2}AC$. Звідси $S_{\Delta BMC} = \frac{1}{4} BK \cdot AC$. Отже, $S_{\Delta BMC} = S_{\Delta ABM}$, що й треба було довести.

Задача 4. Виведіть формулу для обчислення площі рівностороннього трикутника зі стороною *a.*

Розв'язання

Нехай *ABC* (рис. 4) — рівносторонній трикутник зі стороною *a. BM* — висота трикутника *ABC,* а оскільки він рівносторонній, то й медіана.

$AM = MC = \frac{a}{2}$. У трикутнику *ABM* ($\angle AMB = 90°$), застосовуючи теорему Піфагора, доведену в темі «Подібність трикутників», одержимо:

$$BM = \sqrt{AB^2 - AM^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Тоді $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BM = \frac{1}{2} a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Відповідь: $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

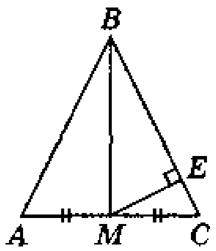


Рис. 2

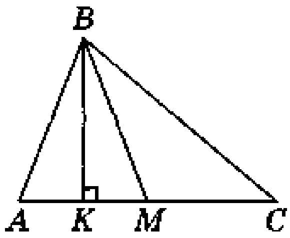


Рис. 3

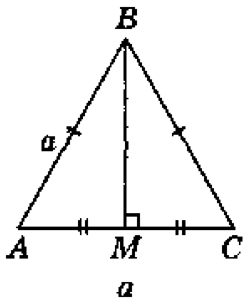


Рис. 4

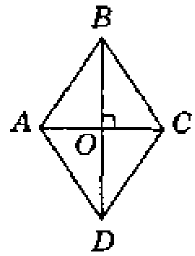


Рис. 5

Учитель пропонує учням запам'ятати формулу $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ для рівностороннього трикутника зі стороною *a.* Під час розв'язування цієї задачі було виведено й формулу для висоти рівностороннього трикутника, яку також слід запам'ятати: $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, де *a* — сторона рівностороннього трикутника.

Задача 5. Знайдіть площу ромба, якщо відомі його діагоналі.

Розв'язання

Нехай *ABCD* (рис. 5) — даний ромб, точка *O* — точка перетину його діагоналей. Як відомо, за властивістю діагоналей ромба $\angle BOC = \angle AOB =$

$= \angle AOD = \angle DOC = 90°$, $BO = OD$, $AO = OC$. Оскільки $\Delta AOB = \Delta BOC = \Delta COD$ = = ΔDOA (за двома катета ми), *то* їх площі також рівні між собою. $S_{\Delta AOB}$ =

$$= S_{\Delta BOC} = S_{\Delta COD} = S_{\Delta DOA} = \frac{AO \cdot BO}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}AC \cdot \frac{1}{2}BD\right) = \frac{AC \cdot BD}{8}.$$

Отже, $S_{ABCD} = 4 \cdot S_{\Delta AOB} = 4 \cdot \frac{AC \cdot BD}{8} = \frac{AC \cdot BD}{2}$.

Таким чином, доведено, що площа ромба дорівнює півдобутку його діагоналей: $S_p = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$, де d_1 і d_2 — діагоналі ромба.

VII. Систематизація вивченого матеріалу

Питання класу

- Які формули та важливі факти були отримані на уроці?

Учні формулюють відповіді на питання, показуючи необхідні формули на планшетах. Цю систематизацію можна провести, застосовуючи технологію «Мікрофон».

VIII. Підбиття підсумків уроку. Рефлексія

Питання класу

1. Наскільки продуктивною була робота вашої пари на уроці?
2. Як ви оцінюєте свою роботу в парі?
3. Що заважало роботі?
4. На що слід звернути увагу під час виконання домашнього завдання?
5. Робота якої пари (або яких пар), на ваш погляд, була найактивнішою?
6. Які із завдань, виконаних під час колективної роботи, ви могли б виконати самостійно або в парі?

IX. Домашнє завдання

1. Продумати доведення формули для обчислення площі трапеції.

С 2. Сторона трикутника дорівнює 8 см, а висота, проведена до неї, — 4,5 см. Знайдіть площу трикутника. (*Відповідь:* 18 см^2.)

С 3. Площа трикутника дорівнює 84 см^2. Знайдіть висоту трикутника, проведену до сторони завдовжки 8 см. (*Відповідь:* 21 см.)

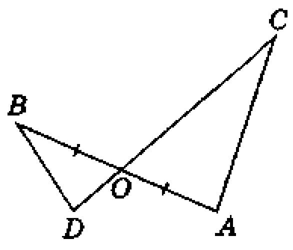
С 4. Знайдіть площу прямокутного трикутника, катети якого дорівнюють 6 см і 9 см. (*Відповідь:* 27 см^2.)

Д 5. Основа трикутника дорівнює 8 см, а висота, проведена до неї,— 3 см. Якою має бути висота другого трикутника з основою 6 см, щоб його площа була в 3 рази більшою від площі першого трикутника? (*Відповідь:* 12 см.)

Д 6. Катети прямокутного трикутника дорівнюють 9 см і 12 см. Знайдіть висоту трикутника, проведену до гіпотенузи. (*Відповідь:* 7,2 см.)

В 7. Дано: $AO = OB$, $OC = 2\ OD$, S_{A0C} = 12 см^2 (рис. 6). Знайти: S_{AB0D}. (*Відповідь:* 6 см^2.)

В 8. Доведіть, що площа S трикутника зі сторонами *a, b* і *c* дорівнює добутку радіуса *r* вписаного в цей



трикутник кола та півпериметра трикутника: $S = rp$, де $p = \frac{a+b+c}{2}$.