

Уроки 39 – 40

Тема. Геометричне місце точок.

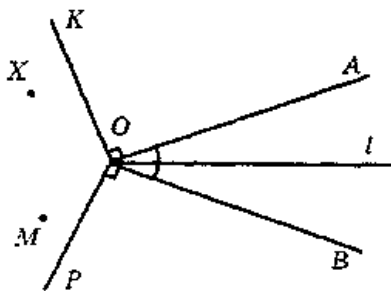
Мета. Ввести поняття ГМТ, серединного перпендикуляра, показати, що бісектриса кута є ГМТ, які лежать у внутрішній області кута і рівновіддалені від його сторін.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні мають уміти пояснювати, що таке ГМТ, формулювати і доводити теореми про ГМТ, рівновіддалених від кінців відрізка і від сторін кута.

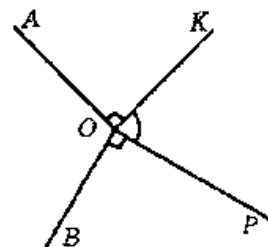
Методичні вказівки

Геометричне місце точок — термін досить давній. Деякі автори пропонували замінити його терміном *множина точок*. Однак останній надто загальний і трактується дещо інакше. Коли говорять про геометричне місце точок, то мають на увазі, що це певним способом визначена множина точок, яку можна однозначно описати одним-двома реченнями.

Семикласники з поняттям геометричного місця точок ознайомлюються вперше. Особливих труднощів тема не викликає, але стосовно трактування деяких конкретних ГМТ часто виникають непорозуміння. У підручнику [2] дається таке означення: *"Геометричним місцем точок називається фігура, що складається з усіх точок площини, які мають певну властивість"*. Воно надто вузьке, бо поняття ГМТ розглядається і в стереометрії. Наприклад, геометричним місцем точок простору, рівновіддалених від кінців відрізка, є площина, яка перпендикулярна до даного відрізка і проходить через його середину. Таке означення ГМТ невдале навіть для планіметрії. Дотримуючись його, іноді вважають, наприклад, що геометричним місцем точок, рівновіддалених від сторін кута, є його бісектриса. Або пояснюють так: "Якщо точка однаково віддалена від сторін кута, то вона лежить на його бісектрисі". Такі пояснення неправильні. Точка M на малюнку 66 лежить на однакових відстанях від променів OA і OB , отже, рівновіддалена від сторін кута AOB , але не лежить на бісектрисі цього кута. Те саме можна сказати про кожную точку X кута KOP (за умови, що $KO \perp OA$, $PO \perp OB$ і кут AOB менший від розгорнутого). Отже, геометричним місцем точок площини, рівновіддалених від сторін кута, що лежить у цій площині, є об'єднання бісектриси l цього кута і всіх точок кута KOP .



Мал. 66



Мал. 67

Семикласникам, особливо слабших класів, про такі тонкощі краще не говорити. Але теорему треба формулювати правильно: говорити про ГМТ не

всієї площини, а тільки кута. Геометричним місцем точок кута, рівновіддалених від його сторін, є бісектриса кута. При цьому йдеться про кут як частину площини, до того ж про кут, не більший від розгорнутого. Якщо ж даний кут AOB більший від розгорнутого, то геометричним місцем точок, які належать цьому куту і рівновіддалені від його сторін, є кут KOP , де $KO \perp OA$ і $PO \perp OB$ (мал. 67).

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

Для роботи в класі: § 18; № 526 – 533; 535 – 537, 539 – 541, 551;

Для роботи вдома: § 18; ЗДС 1 – 4; № 534, 538, 542, 552.

На другому уроці

Для роботи в класі: § 18; № 526 – 533; 543 – 545, 547, 549, 553, 554.

Для роботи вдома: § 18; ЗДС 1 – 4; № 546, 548, 550, 555.

Вказівки до розв'язування задач

Розв'язуючи вправи 534—546, необхідні побудови учні можуть виконувати наближено, користуючись транспортиром, косинцем, лініями в зошиті.

534. Серединний перпендикуляр відрізка AB .

535. Бісектриса даного прямого кута.

536. Коло радіуса a .

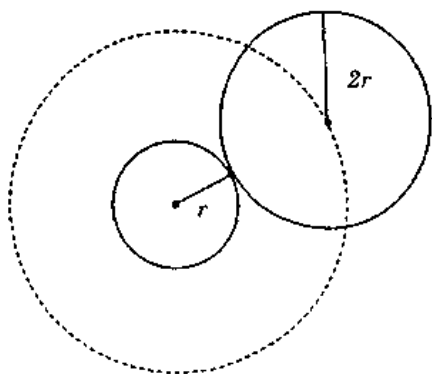
537. Дві прямі, паралельні даній прямій, розташовані на даній відстані з різних боків від неї.

538. Пряма, розташована між даними прямими на рівних від них відстанях.

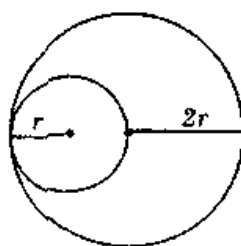
539. Серединний перпендикуляр відрізка, що сполучає центри даних кіл.

540. Дві прямі, паралельні даній прямій, віддалені від неї на відстань, що дорівнює радіусу кола.

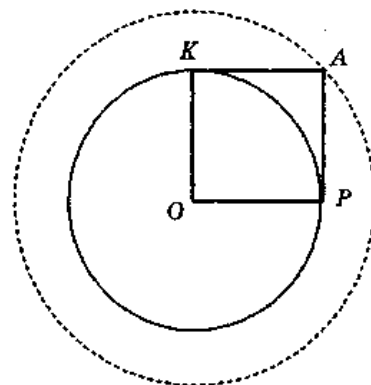
541. Коло з центром у даній точці.



Мал. 68



Мал. 69



Мал. 70

542. Бісектриса даного гострого кута. Кут може бути і тупим, але не розгорнутим.

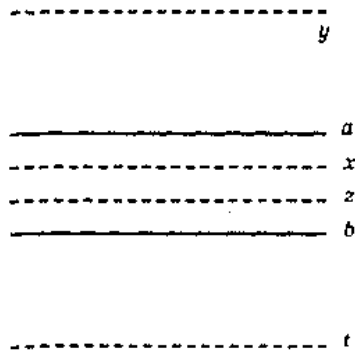
543. а) Шукане ГМ центрів кіл складається з двох концентричних кіл: кола радіуса $3r$ (мал. 68) і даного кола (мал. 69).

544. Нехай дано коло діаметра $AB = 12$ см. Якщо точка C ділить цей діаметр у відношенні $1 : 2$, то $AC = 4$ см. Шукане ГМТ — коло, концентричне даному, його радіус $OC = 2$ см.

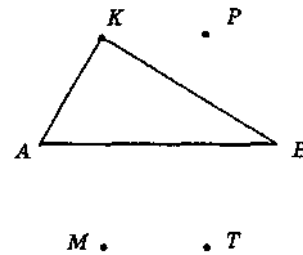
545. Якщо коло з центром O дотикається до сторін прямого кута A в точках K і P (мал. 70), то чотирикутник $AKOP$ — квадрат. Шукане ГМТ — коло радіуса OA .

546. Шукане ГМТ — пряма x , що лежить між прямими a і b вдвічі ближче до a , ніж до b .

547. Оскільки послідовність даних прямих не вказана, то шукане ГМТ складається з чотирьох прямих x, y, z і t (мал. 71).



Мал. 71



Мал. 72

548. Задачу задовольняють чотири точки K, P, T, M (мал. 72).

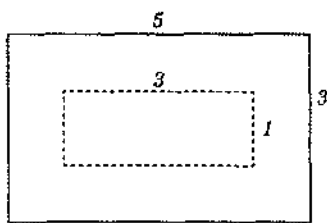
549. а) Прямокутник зі сторонами c і $3c$ (мал. 73). б) Шуканим ГМТ є фігура, яку можна отримати, замінивши в прямокутнику зі сторонами $5c$ і $7c$ кути чвертями кіл (мал. 74).

550. Нехай ABC — довільний трикутник. Кожна точка бісектриси його кута A рівновіддалена від променів AB і AC . Кожна точка бісектриси кута B рівновіддалена від променів BA і BC . Точка L , в якій перетинаються ці бісектриси, рівновіддалена від усіх сторін $\triangle ABC$. (Задача пропонується, щоб підготувати учнів до вивчення вписаних кіл.)

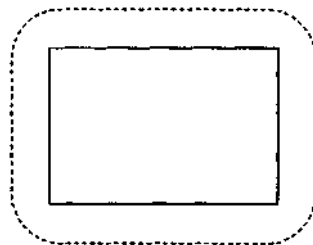
551. 135° .

552. Може. Наприклад, у рівнобедреного трикутника з основою 1 см і висотою 2 м.

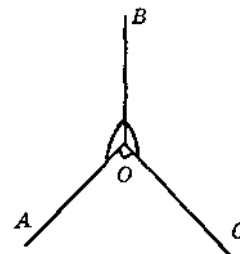
553. Якщо бісектриси кутів A і B трикутника ABC перетинаються під кутом 45° , то за властивістю зовнішнього кута трикутника половини кутів A і B в сумі становлять 45° , а $\angle A + \angle B = 90^\circ$. Тому $\angle C = 90^\circ$. Трикутник ABC прямокутний.



Мал. 73



Мал. 74



Мал. 75

554. Утворені трикутники — прямокутні і рівнобедрені, вони є половинами прямокутного рівнобедреного трикутника.

555. $(360^\circ - 90^\circ) : 2 = 135^\circ$ (мал. 75).