Уроки 31—32

Тема. ***Прямокутний трикутник.***

Мета. Ввести поняття: *прямокутний трикутник, катет, гіпотенуза, перпендикуляр, похила і її проекції, відстань між точкою і прямою та між двома паралельними прямими;* сформулювати і довести ознаки рівності прямокутних трикутників.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні повинні вміти: формулювати означення прямокутного трикутника і називати його сторони; пояснювати зміст понять *перпендикуляр, похила, проекція похилої, відстань між точками, між точкою і прямою, між паралельними прямими;* формулювати і доводити властивості й ознаки рівності прямокутних трикутників.

Методичні вказівки

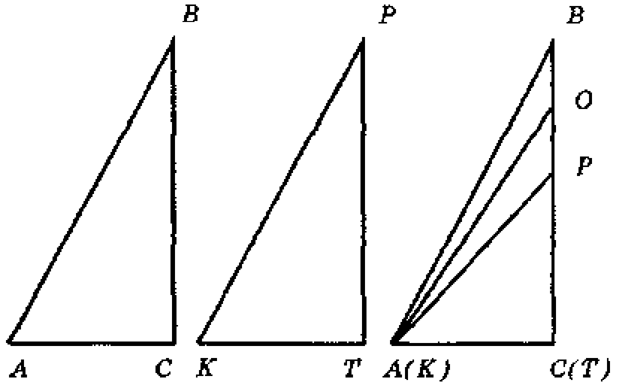
Виділяти прямокутні трикутники з множини усіх трикутників є сенс. Бо вони в деяких відношеннях найпростіші: тільки для прямокутних трикутників справджується теорема Піфагора, а для всіх інших — істотно складніша теорема косинусів. Тригонометричні функції *синус, косинус* та ін. виражають відношення деяких сторін прямокутного трикутника. Назви сторін прямокутного трикутника — *гіпотенуза* і *катет* — походять відповідно від грецьких "та, що стягує" і "прямовисна". Евклід гіпотенузу називав стороною, що стягує прямий кут. А коли одну з менших сторін прямокутного трикутника прийняти за основу, то друга до неї буде прямовисною, тобто перпендикулярною.

Крім наведеного в підручнику доведення ознаки рівності прямокутних трикутників, відомі й інші. Щоб довести рівність трикутників *АВС* і *КРТ* з прямими кутами *С* і *Т* за умови, що *АС = КТ* і *АВ = КР,* можна накласти їх один на другий так, щоб сумістилися прямі кути і вершини А та *К* (мал. 56). Припустивши, що при цьому гіпотенузи АВ і *АР* не сумістяться, розглянемо медіану *АО* трикутника *АВР.* Оскільки він рівнобедрений, то $AO \perp CB$ і $AC \perp BC$. Виходить, що з точки *А* провели два різні перпендикуляри до прямої *СВ.* Це неможливо, тому припущення неправильне. Якщо ж усі три сторони трикутника таким накладанням суміщаються, то вони рівні.

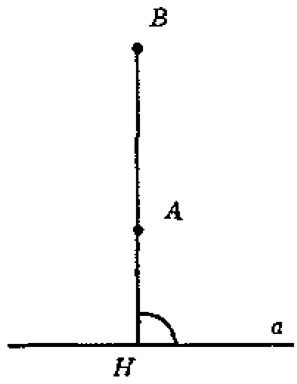
Програма пропонує розглянути поняття *перпендикуляр і відстань від точки до прямої* в другому розділі. Однак доцільніше це зробити, використовуючи властивості прямокутного трикутника. У сильніших класах, якщо дозволяє час, можна довести теорему про існування і єдиність перпендикуляра, проведеного з даної точки до даної прямої.

Бажано домогтися, щоб учні розрізняли поняття *перпендикуляр* і *перпендикулярна пряма.* Перше — відрізок, частина перпендикулярної прямої (див. с. 37). На малюнку 57 зображено два різні перпендикуляри *АН* і *ВН,* що проходять через точку *А.*

У програмі для старшокласників наголошується: "Значної уваги вимагає формування таких фундаментальних понять, як загальне поняття відстані" [7, с. 47]. Корисно прислухатися до цієї пропозиції, бо поняття відстані починають формувати на уроках геометрії в 7 класі. На жаль, тепер учні часто не мають чіткого розуміння *відстані між фігурами.* Наприклад, відстань від точки до відрізка чи променя ототожнюють з відстанню від точки до прямої. Тому навіть у деяких підручниках геометрії неправильно визначається геометричне місце точок, рівновіддалених від сторін кута.



Мал. 56



Мал. 57

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

Для роботи в класі: § 15; № 442 – 445, 447, 449 – 452, 454 – 456, 469, 470.

Для роботи вдома: §15; ЗДС 1 – 6; № 446, 448, 453, 457.

На другому уроці

Для роботи в класі: § 15; № 442 – 445, 458, 459, 461 – 464, 466, 468, 471, 472.

Для роботи вдома: § 15; ЗДС 1 – 6; № 460, 465, 467, 473.

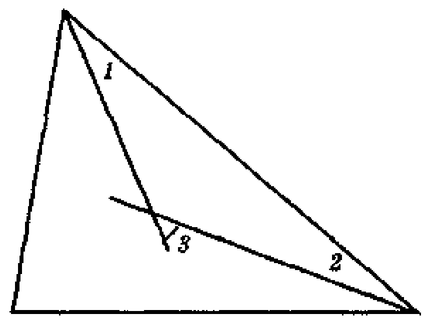
Вказівки до розв'язування задач

446. (90° - 10°): 2 = 40°, 40° + 10° = 50°. Відповідь. 40° і 50°.

447. 3 + 5 = 8. Отже, один з кутів дорівнює сумі двох інших, його міра 90°.

448. $x + x + 30° + x - 30° = 180°$, $x = 60°$. Відповідь. 30°, 60°, 90°.

449. $\angle 3 = \angle 1 + \angle 2 = 0,5\,(\angle A + \angle E) = 45°$ (мал. 58).



Мал. 58

450. Нехай $\angle HCB = 50°$, тоді $\angle B = 90° - 50° = 40°$, $\angle A = 90° - 40° = 50°$.

451. $\Delta DAB = \Delta DCB$ — за гіпотенузою і прилеглим кутом, тому $DA = DC$.

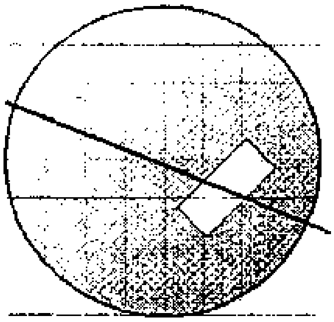
452. $\Delta ABK = \Delta ABM$ — за гіпотенузою і катетом, тому $\angle BAK = \angle BAM$.

453. Якщо AK і BP — перпендикуляри до прямої *m,* то $\Delta AOK = \Delta BOP$, тому

AK = ВР.

454. $AC = CB$. Відстань CB можна виміряти.

455. $\angle ACA = 360° - 90° - 90° - \alpha = 180° - \alpha$.



Мал. 59

456. Нехай трикутники ABC і $A_1B_1C_1$ такі, що $\angle C = \angle C_1 = 90°$, $AC = A_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$. Тоді і $\angle A = \angle A_1$. За стороною і прилеглими кутами $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

457. $\angle B = 90° - 60° = 30°$. Тому $AC = 0{,}5AB = 16$ см.

458. Якщо катет прямокутного трикутника дорівнює половині гіпотенузи, то він лежить проти кута 30°. Див. мал. 189 підручника.

459. 1) $AC = AB : 2 = 9$ см.

460. Якщо CH — висота, то $CH = HA = AB : 2 = 9{,}5$ см.

462. Ідеться про бісектриси не двох гострих кутів, бо кут між ними 45°. Якщо міра кута А дорівнює $2x$, то за властивістю зовнішнього кута трикутника кут між бісектрисами кутів C і A дорівнює $x + 45° = 70°$, звідки $x = 25°$. Тоді $\angle$ А = 50°, $\angle$ В = 40°.

463. Ні. Бісектриси двох гострих кутів прямокутного трикутника перетинаються під кутом 45°. А бісектриси прямого і гострого кута — під ще більшим кутом.

464. Оскільки $AB = BC$ і $\angle ABC = 90°$, то $\angle BAC = \angle BCA = 45°$. Кожен із трикутників OAB, OBC, OCD, ODA має два кути по 45°, тому третій — прямий. За другою ознакою всі ці трикутники рівні.

466. Таку властивість має тільки рівнобедрений трикутник.

467. За трьома сторонами $\Delta ACM = \Delta BCM$, тому $AM = MB = MC$, $AB = 2m$.

468. За властивістю катета, що лежить проти кута 30°, $AC = 10$ см, $\angle ACK = 30°$, $AK = 10$ см : 2 = 5 см.

471. Не існує, бо $91° + 52° + 44° \neq 180°$.

472. $\Delta COB = \Delta AOD$. Кути трикутника AOD дорівнюють 36°, 54° і 90°, такі самі і кути трикутника COB.

473. Проведіть пряму через центри круга і прямокутника (мал. 59). Див. задачу № 343.