УРОК № 25

Тема уроку. *Узагальнена теорема Фалеса. Подібність трикутників.*

Мета уроку: *ознайомити учнів з формулюванням узагальненої теореми Фалеса, термінологією з цієї теми, означенням подібних трикутників; навчати використовувати означення подібних трикутників для знаходження їх невідомих елементів.*

Тип уроку: *засвоєння нових знань.*

Хід уроку

I. Організаційний момент

Учитель знайомить учнів із програмовими вимогами до знань і вмінь з даної теми, повідомляє про кількість годин, виділених для її вивчення, про строк проведення тематичної контрольної роботи.

II. Формулювання мети і задач уроку

III. Актуалізація опорних знань учнів

Учитель просить сформулювати теорему Фалеса.

IV. Вивчення нового матеріалу

План викладення теми

1. Формулювання та доведення узагальненої теореми Фалеса.
2. Задача на побудову четвертого пропорційного відрізка.
3. Означення подібних трикутників.

Узагальнена теорема Фалеса. Паралельні прямі, які перетинають сторони кута, відсікають від сторін кута пропорційні відрізки.

Задача на побудову четвертого пропорційного відрізка

Задача. Дано: відрізки завдовжки *a, b, c.*

Побудувати: відрізок $x = \frac{bc}{a}$.

Розв'язання

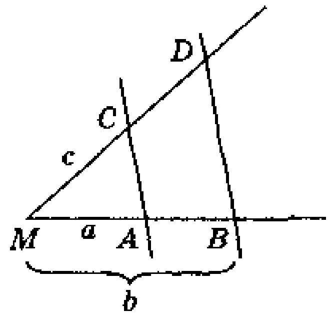

Рис. 1

Будуємо будь-який кут, менший за розгорнутий (рис. 1).

Відкладаємо на одній з його сторін відрізки $MA = a$ і $MB = b$, а на другий — відрізок $MC = c$.

Сполучаємо точки A і С прямою і проводимо паралельну їй пряму BD через точку B. Відрізок $MD = x$ — шуканий. Доведемо це. За узагальненою теоремою Фалеса $\frac{MA}{MB} = \frac{MC}{MD}$, тоді $MD = \frac{MB \cdot MC}{MA} = \frac{b \cdot c}{a}$. Тобто відрізок MD — шуканий.

Побудований відрізок називається четвертим пропорційним, тому що його довжина є четвертим членом у пропорції $a : b = c : x$.

Означення подібних трикутників

Два трикутники називаються подібними, якщо в них відповідні кути рівні та відповідні сторони пропорційні.

Подібність позначається так: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$. Звідси випливає, що $\angle A =$

$\angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$, $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{AC}{A_1C_1} = \dfrac{BC}{B_1C_1}$. І навпаки, якщо виконуються перелічені шість умов, то трикутники подібні.

V. Первинне закріплення нових знань учнів

Виконання усних вправ

1. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, $A_1B_1 = 4$ см, $B_1C_1 = 5$ см, $A_1C_1 = 6$ см, $BC : B_1C_1 = 3$. Знайдіть *AB, AC* і *BC.* (*Відповідь:* $BC = 15$ см, $AC = 18$ см, $AB = 12$ см.)
2. $\Delta ABC \sim \Delta MNP$. Знайдіть кути трикутника *MNP,* якщо $\angle A = 45°$, $\angle C = 75°$. (*Відповідь:* $\angle M = 45°$, $\angle N = 60°$, $\angle P = 75°$.)
3. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$. Знайдіть невідомі сторони цих трикутників, використовуючи рис. 2. (*Відповідь:* $AB = 9$ см, $B_1C_1 = 1\frac{1}{3}$ см.)

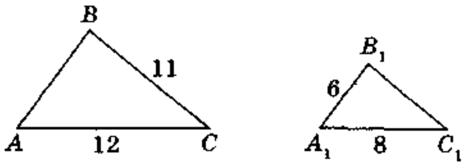

Рис. 2

Виконання письмових вправ

1. Сторони трикутника відносяться як 4 : 8 : 9, а менша із сторін подібного до нього трикутника дорівнює 24 см. Знайдіть інші сторони другого трикутника.

Розв'язання

Нехай сторони даного трикутника дорівнюють *a, b, c,* сторони подібного до нього трикутника — a_1, b_1, c_1; c_1 — найменша сторона другого трикутника, *c* — найменша сторона першого трикутника. Тоді $4 : 8 : 9 = 24 : b_1 : c_1$.

Нехай x ($x > 0$) — коефіцієнт пропорційності, тоді $4x = 24$, $x = 6$. Звідси $b_1 = 48$ см, $c_1 = 54$ см.

Відповідь: 48 см, 54 см.

2. Доведіть, що периметри подібних трикутників відносяться як довжини відповідних сторін.

Доведення

Нехай $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, тоді $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{AC}{A_1C_1} = \dfrac{BC}{B_1C_1} = K$.

$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = K \cdot A_1B_1 + K \cdot B_1C_1 + K \cdot A_1C_1 =$

$= K \cdot (A_1B_1 + B_1C_1 + A_1C_1) = K \cdot P_{\Delta A_1B_1C_1}$.

Звідси $\dfrac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta A_1B_1C_1}} = K = \dfrac{AB}{A_1B_1}$, що й треба було довести.

3. Сторони трикутника відносяться як 7 : 5 : 9. Знайдіть сторони подібного до нього трикутника, якщо його периметр дорівнює 42 см. (*Відповідь:* 14 см, 10 см, 18 см.)
4. Периметр трикутника *ABC* більший від периметра трикутника $A_1B_1C_1$ на 24 см; $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, AB = 12 см, $A_1B_1 = 6$ см. Знайдіть периметри

трикутників ABC і $A_1B_1C_1$.

Розв'язання

Оскільки $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$,то $P_{\Delta ABC} : P_{\Delta A_1B_1C_1} = AB : A_1B_1 = 12 : 6 = 2$. Нехай x ($x > 0$) — коефіцієнт пропорційності, тоді, використовуючи умову задачі, маємо рівняння: $2x - x = 24$, $x = 24$. Отже, $P_{\Delta A_1B_1C_1} = 24$ см, а $P_{\Delta ABC} = 24 + 24 = 48$ см.

Відповідь: 24 см, 48 см.

VI. Підбиття підсумків уроку

Питання класу

1. Сформулюйте узагальнену теорему Фалеса.
2. Розкажіть про спосіб побудови четвертого пропорційного відрізка.
3. Дайте означення подібних трикутників.
4. Як відносяться периметри подібних трикутників?

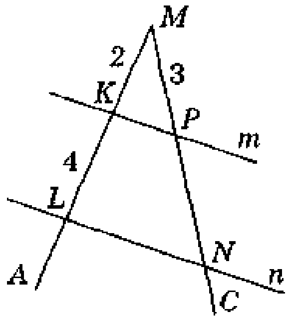

Рис. 3

VII. Домашнє завдання

С 1. Сторони трикутника відносяться як 7 : 5 : 9. Знайдіть сторони подібного до нього трикутника, якщо в нього: а) більша сторона дорівнює 27 см; б) середня за величиною сторона дорівнює 28 см; в) сума більшої та меншої сторін дорівнює 84 см.

С 2. Паралельні прямі m і n перетинають сто рони кута AMC (рис. 3). Знайдіть довжину відрізка MK, якщо $MK = 2$ см, $KL = 4$ см, $MP = 3$ см.

Д 3. Сторони трикутника відносяться як 2 : 4 : 5. Знайдіть сторони подібного до нього трикутника, у якому сума найбільшої та найменшої сторін дорівнює 28 см.

Д 4. Паралельні прямі a, b, c перетинають сторони кута KND (рис. 4). Знайдіть довжини відрізків NA і BC, якщо $NA_1 = 5$ см, $AB = 8$ см, $A_1B_1 = 6$ см, $B_1C_1 = 3$ см.

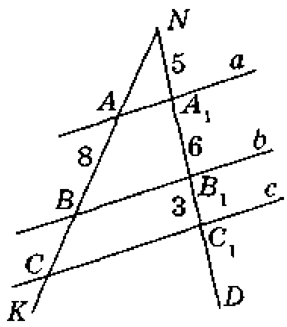

Рис. 4

В 5. Трикутники з відповідними сторонами a, b, c і b, c, d подібні. Доведіть, що коефіцієнт подібності не може дорівнювати 2.

В 6. У трикутнику ABC (рис. 5) проведено відрізки АМ і BN так, що $AK = 2KM$ і $AN : NC = 4 : 5$. Знайдіть відношення $BM : MC$.

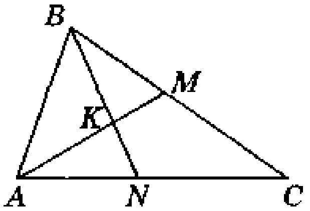

Рис. 5