

УРОК № 20

Тема уроку. Середня лінія трикутника та її властивості.

Мета уроку: закріпити знання теореми про середню лінію трикутника; формувати вміння учнів застосовувати властивості середньої лінії трикутника під час розв'язування задач, передбачених програмою.

Тип уроку: застосування знань, умінь і навичок.

Хід уроку

І. Організаційний момент

Учитель розподіляє учнів по групах таким чином, щоб до кожної групи ввійшли учні одного рівня. У кожній групі призначається консультант, який обирає собі помічника.

ІІ. Перевірка домашнього завдання

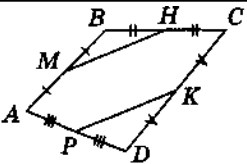
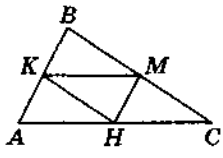
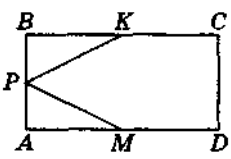
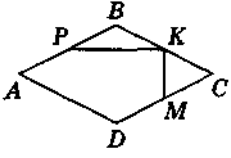
Учитель пропонує кожній групі перевірити домашнє завдання за готовими розв'язаннями, які він роздає кожній групі. Консультант і його помічник відповідають на питання, що виникли під час обговорення домашнього завдання.

ІІІ. Формулювання мети і задач уроку

ІV. Актуалізація опорних знань учнів

Розв'язання задач за готовими рисунками

Групи протягом 5 хвилин обмірковують відповіді до запропонованих задач. Після закінчення часу кожна група розв'язує ту задачу, яку називає вчитель. Інші слухають відповіді, рецензують їх, ставлять додаткові питання.

Рисунки	Умови
<p>1.</p>  <p>Рис. 1</p>	<p>Дано: M, N, K, P — середини сторін чотирикутника $ABCD$. Довести: $MN = PK$.</p>
<p>2.</p>  <p>Рис. 2</p>	<p>Дано: K, M, N — середини сторін трикутника ABC. Знайти: рівні трикутники.</p>
<p>3.</p>  <p>Рис. 3</p>	<p>Дано: $ABCD$ — прямокутник, точки P, K, M — середини його сторін. Довести: $PK = PM$.</p>
<p>4.</p>  <p>Рис. 4</p>	<p>Дано: $ABCD$ — ромб точки P, K, M — середини його сторін. Довести: $PK \perp KM$.</p>

5.

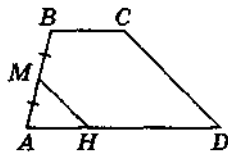


Рис. 5

Дано: $ABCD$ — трапеція, $AM = MB$,
 $MH \parallel CD$.
 Довести: $CD = 2 MH$.

6.

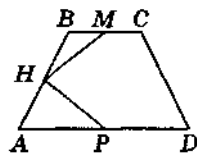


Рис. 6

Дано: $ABCD$ — трапеція, $AB = CD$, точки P ,
 H , M — середини її сторін.
 Довести: $PH = MH$.

V. Закріплення засвоєних умінь і навичок учнів

Розв'язування задач

Учитель роздає кожній групі картки з однаковими для кожної групи задачами, які слід розв'язати протягом 15 хвилин. За необхідності групи можуть консультуватися одна з одною (наприклад, консультанти або помічники). Група, яка розв'язує задачу першою, записує її розв'язання на дошці. Якщо група впоралася із завданням раніше, вона одержує додаткову задачу.

Задача 1. Доведіть, що периметр одного трикутника, утвореного середніми лініями другого трикутника, удвічі менший від периметра другого трикутника.

Доведення

Нехай ABC (рис. 7) — даний трикутник; DE , EF , DF — його середні лінії.

За властивістю середньої лінії трикутника $DE = \frac{1}{2} AC$; $DF = \frac{1}{2} BC$; $EF = \frac{1}{2}$

AB . $P_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} (AC + BC + AB) = \frac{1}{2} P_{\triangle ABC}$, що й треба було довести.

Задача 2. Периметр першого трикутника дорівнює 76 см. Сторони другого трикутника, утвореного середніми лініями першого трикутника, відносяться як 4 : 7 : 8. Знайдіть сторони першого трикутника.

Розв'язання

З доведеної задачі 1 випливає, що периметр другого трикутника, утвореного середніми лініями першого трикутника, дорівнює $76 : 2 = 38$ (см). Нехай x — коефіцієнт пропорційності ($x > 0$), тоді маємо рівняння: $4x + 7x + 8x = 38$, $19x = 38$, $x = 2$. Отже, сторони другого трикутника, утвореного середніми лініями, — 8 см, 14 см, 16 см, а сторони першого трикутника дорівнюють 16 см, 28 см і 32 см.

Відповідь: 16 см, 28 см, 32 см.

Задача 3. У чотирикутнику $ABCD$ кут між діагоналями AC і BD дорівнює 60° , $AC = BD = 10$ см. Знайдіть меншу діагональ чотирикутника, вершинами якого є середини сторін чотирикутника $ABCD$.

Розв'язання

Нехай $ABCD$ (рис. 8) — даний чотирикутник; точки M , N , P , L — середини сторін AB , BC , CD і AD відповідно. Як відомо, чотирикутник $MNPL$ — ромб,

$$\left(MN = NP = PL = 5 \text{ см} = \frac{1}{2} AC \right)$$

тому що це паралелограм з рівними сторонами. Нехай точка O — точка перетину діагоналей AC і BD . За умовою $\angle BOA = 60^\circ$. Чотирикутник $MKOF$ — паралелограм, оскільки $MF \parallel OK$ і $FO = MK$. Отже, $\angle NML = \angle KOF = 60^\circ$ як протилежні кути паралелограма. Звідси сторони ромба MN , ML і його діагональ NL утворюють рівносторонній трикутник MNL . Таким чином, $NL = MN = ML = 5$ см.

Відповідь: 5 см.

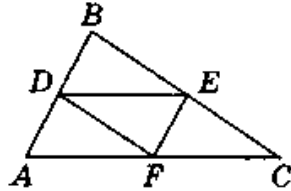


Рис. 7

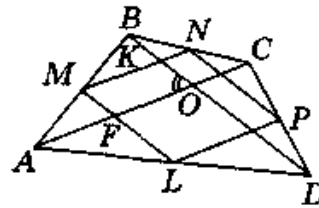


Рис. 8

Додаткові задачі

Задача 4. Визначте вид чотирикутника, вершини якого є серединами сторін: а) квадрата; б) чотирикутника із взаємно перпендикулярними діагоналями.

Задача 5. У чотирикутнику послідовно сполучено відрізками середини сторін. У свою чергу, в утвореному чотирикутнику середини його сторін теж послідовно сполучено відрізками. Отриманий у такий спосіб чотирикутник — ромб. Доведіть, що діагоналі початкового чотирикутника є перпендикулярними.

VI. Підбиття підсумків уроку

Питання класу

1. Чи досягли ми очікуваних результатів?
2. Чи сподобалася вам така форма проведення уроку?
3. Що найбільш сподобалося на уроці? Що не сподобалося?
4. Що можна бути організувати краще?

Учитель пропонує учням оцінити свою роботу на уроці, виставивши собі від 0 до 3 балів, оцінюючи свою роботу за кожним із критеріїв:

1. Я допомагав іншим учням, залучав їх до роботи.
2. Я вносив удачі пропозиції, використані під час розв'язування задач.
3. Я активно працював у групі.
4. Я узагальнював пропозиції інших.

VII. Домашнє завдання

Самостійна робота

Варіант I

1. Дано: $ABCD$ — прямокутник; M, N, P, Q — середини його сторін (рис. 9). Визначити: вид чотирикутника $MNPQ$. Відповідь обґрунтувати.
2. Дано: DM — середня лінія $\triangle ABC$, $DB : BM : DM = 6 : 7 : 5$; $P_{\triangle ABC} = 36$ см (рис. 10). Знайти: DB, BM, DM .

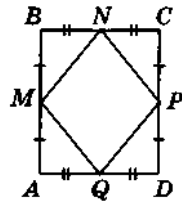


Рис. 9

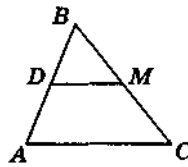


Рис. 10

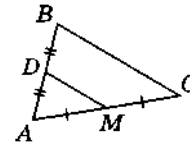


Рис. 11

3. Дано: DM — середня лінія $\triangle ABC$, $P_{\triangle ABC} = 68$ см, $AC - AB = 14$ см, $BC - AB = 12$ см (рис. 11). Знайти: DM .

Варіант II

- Дано: $ABCD$ — квадрат; M, N, P, Q — середини його сторін (рис. 12). Визначити: вид чотирикутника $MNPQ$. Відповідь обґрунтувати.
- Дано: AD — середня лінія $AMBK$, $AB : BD : AD = 7 : 8 : 9$; $P_{\triangle ABD} = 12$ см (рис. 13). Знайти: MB, BK, MK .
- Дано: в $\triangle ABC$ $\angle C = 90^\circ$, KP — середня лінія, $P_{\triangle ABC} = 60$ см; $BC - AC = 7$ см; $BA - BC = 1$ см (рис. 14). Знайти: KP .

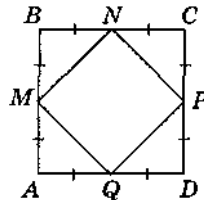


Рис. 12

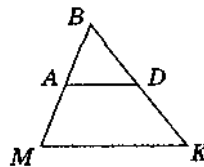


Рис. 13

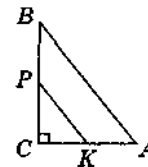


Рис. 14