УРОК № 19

Тема уроку. *Середня лінія трикутника та її властивості.*

Мета уроку: *дати означення середньої лінії трикутника; довести теорему про властивість середньої лінії трикутника; розв'язувати задачі, застосовуючи теорему про середню лінію трикутника.*

Тип уроку: *засвоєння нових знань.*

Хід уроку

I. Організаційний момент

II. Перевірка домашнього завдання; актуалізація опорних знань учнів

Біля дошки один з учнів доводить теорему Фалеса, другий — записує доведення задачі 6 домашнього завдання. Решта класу виконує самостійну роботу, аналогічну домашньому завданню. Правильні розв'язки заздалегідь записані на відкидній дошці, щоб учні могли зробити самоперевірку або взаємоперевірку самостійної роботи. Після перевірки й обговорення самостійної роботи відповідають учні, які працювали біля дошки.

Самостійна робота

Варіант I

1. Розділіть відрізок на 8 рівних частин.
2. Дано: *AK* = *KB*, ∠ 1 = ∠ 2 (рис. 1). Довести: *BM* = *MC*.
3. На стороні *AB* паралелограма *ABCD* (рис. 2) позначили точки *M* і *N*, а на стороні *CD* — точки *E* і *F* так, що *BN* = *NM* = *MA* = *CE* = *EF* = *FD*. Відрізки *BE*, *NF*, *MD* перетинають діагональ *AC* у точках *R*, *Q*, *P* відповідно. Доведіть, що *AP* = *PQ* = *QR* = *RC*.

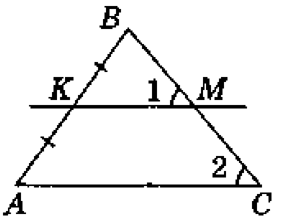

Рис. 1

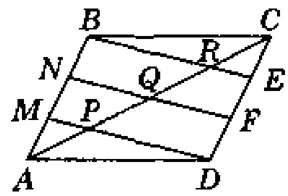

Рис. 2

Варіант II

1. Розділіть відрізок на 9 рівних частин.
2. Дано: ∠ B = 58°, ∠ C = 32°, *EF* ⊥ *AB*, *AE* = *EB* (рис. 3). Довести: *BF* = *FC*.
3. У прямокутному трикутнику *ABC* (рис. 4) ∠ *B* = 90°, *AC* = 24 см, *MN* || *AC*, *DK* || *AC*, *BM* = *MA*, *MD* = *DA*, *BE* — медіана. Знайдіть відрізок *LP*.

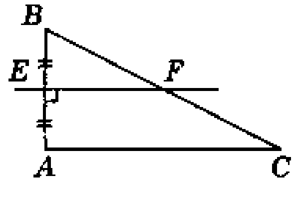

Рис. 3

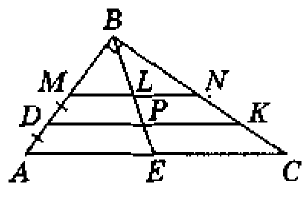

Рис. 4

Розв'язання та відповіді до самостійної роботи

Варіант I

Задача 2. *Доведення (див. рис. 1)*

Оскільки $\angle 1 = \angle 2$, а вони відповідні при прямих *KM* і *AC* і січній *BC,* то *KM* || *AC*. Оскільки *BK* = *AK,* то за теоремою Фалеса *BM* = *MC*.

Задача 3. *Доведення (див. рис. 2)*

Оскільки *AM* = *MN* = *NB* = *CE* = *EF* = *FD* і *AB* || *CD* (*ABCD* — паралелограм), то чотирикутники *MNFD, NBEF* — паралелограми. Отже, *MD* || *NF* || *BE.* Тоді за теоремою Фалеса *AP* = *PQ* = *QR.* І за тією самою теоремою *CR* = *QR* = *PQ*. Звідси АР = *PQ* = *QR* = *RC.*

Варіант II

Задача 2. *Доведення (див. рис. 3)*

Оскільки в трикутнику ABC $\angle B = 58°$, $\angle C = 32°$, то $\angle A = 90°$. Тобто $AC \perp AB$. Оскільки $EF \perp AB$ за умовою, то *EF* || *AC*. Оскільки *AE* = *EB*, то за теоремою Фалеса *BF* = *FC*.

Задача 3. *Розв'язання (див. рис. 4)*

Оскільки в трикутнику *ABC* $\perp$ B = 90° і *BE* — медіана, то *BE* = *AE* = *EC* = $= \frac{1}{2}$ AC = 12 см. Оскільки *BM* = *MA*, а *MD* = *DA*, то за теоремою Фалеса *BL* = *LE* і *LP* = *PE*. Отже, $LP = \frac{1}{2} LE = \frac{1}{4} BE = \frac{1}{4}\ 12 = 3$ (см).

Відповідь: 3 см.

III. Формулювання мети і задач уроку

IV. Вивчення нового матеріалу

План викладення теми

1. Означення середньої лінії трикутника.
2. Властивості середньої лінії трикутника.

Означення середньої лінії трикутника

Учитель формулює означення середньої лінії трикутника та пропонує кілька вправ на знаходження середньої лінії трикутника.

Питання та завдання класу

1. Чи є відрізок *KP* середньою лінією трикутника *ABC* (рис. 5, а)?
2. Чи є відрізок *PF* середньою лінією трикутника *MNK* (рис. 5, б)?
3. Відрізок *AB* — середня лінія трикутника *DFE* (рис. 5, *в), DF* = 20 см, *FE* = 24 см. Чому дорівнюють відрізки *DA, AF, FB, BE?*

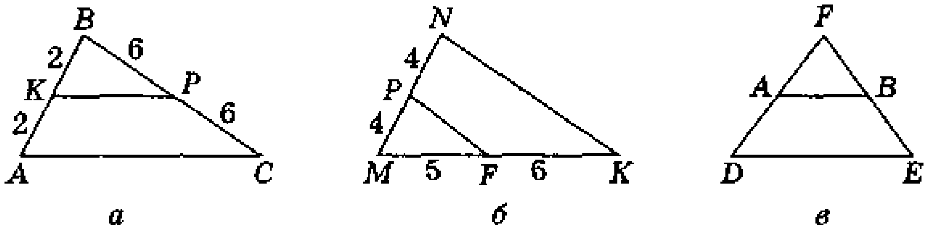

Рис. 5

4. Побудуйте середню лінію довільного трикутника.
5. Скільки середніх ліній можна побудувати в трикутнику?

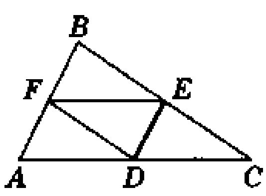

Рис. 6

6. У трикутнику *ABC* відрізки *FD* і *DE* — середні лінії (рис. 6). Чи є середньою лінією відрізок *FE?*

Властивості середньої лінії трикутника

Доведення теореми про середню лінію трикутника можна розділити на два етапи: 1) учні разом із учителем доводять, що середня лінія трикутника, яка сполучає середини двох його сторін, паралельна третій стороні; 2) учні самостійно доводять, що середня лінія трикутника дорівнює половині третьої сторони.

V. Первинне закріплення нових знань учнів

Виконання усних вправ

1. Сторони трикутника дорівнюють 4 м, 6 м і 8 м. Чому дорівнюють середні лінії цього трикутника?
2. Доведіть, що відрізок, який сполучає середини двох сусідніх сторін прямокутника, паралельний одній із діагоналей. Знайдіть довжину цього відрізка, якщо діагональ прямокутника дорівнює 10 см.
3. Відрізок *MN* — середня лінія трикутника ABC (рис. 7). Знайдіть: а) сторону AB, якщо *MN* = 3 см; б) сторони трикутника *ABC,* якщо *NC* = 6 см, *MN* = 10 см, *MC* = 12 см.

Виконання письмових вправ

Задача 1. Доведіть, що середини сторін чотирикутника є вершинами паралелограма.

Задача 1 є *опорним фактом,* і учні записують його в зошити.

Задача 2. Доведіть, що три медіани трикутника перетинаються в одній точці та діляться нею у відношенні 2:1 починаючи від вершини.

Доведення

Нехай *ABC* — даний трикутник (рис. 8), *BN* і *AM* — його медіани, що перетинаються в точці *O.* Сполучимо послідовно точки *M* і *N* та середини відрізків *BO* $\perp$ *AO.* Оскільки *MN* — середня лінія трикутника *ABC*, то *MN* || *AB*, $MN = \frac{1}{2}AB$. У трикутнику *ABO: KF* — середня лінія, $KF = \frac{1}{2}AB$, *KF*||AB. Звідси *KF* = *MN* і *KF* || *MN*,отже, чотирикутник *KFMN* — паралелограм. За властивістю діагоналей паралелограма *FO* = *ON* і *KO* = *OM.* Тоді *BF* = *FO* = = *ON* і *AK* = *KO* = *OM.* Тобто $\frac{BO}{ON}=\frac{AO}{OM}=\frac{2}{1}$, що й треба було довести.

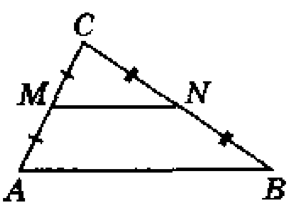

Рис. 7

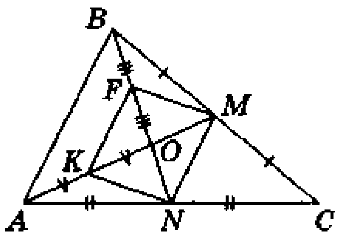

Рис. 8

У задачі 2 було доведено *основну властивість медіан трикутника,* яку учні записують у зошити.

VI. Підбиття підсумків уроку

Питання та завдання класу

1. Точки А і В є серединами двох сторін трикутника. Як називається відрізок АВ?
2. Сторона АВ трикутника АВС дорівнює 6 м. Чому дорівнює середня лінія трикутника, паралельна цій стороні?
3. Середня лінія трикутника *ABD* паралельна стороні *BD* і дорівнює 4 см. Чому дорівнює сторона *BD?*
4. Точки *М, Р* і *О* — середини сторін трикутника АВС. Знайдіть периметр трикутника *ABC,* якщо сторони трикутника *МРО* дорівнюють 3 см, 4 см і 5 см.

VII. Домашнє завдання

С 1. Середня лінія рівнобедреного трикутника, паралельна основі, дорівнює 3 см. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 16 см. (*Відповідь:* 6 см, 5 см, 5 см.)

Д 2. У прямокутному трикутнику АВС ($\angle B = 90°$) $\angle BAC = 30°$, $AB = 44$ см. Знайдіть відстань від середини катета *AB* до гіпотенузи АС. (*Відповідь:* 11 см.)

В 3. У рівнобедреному трикутнику АВС (АВ = *ВС*) точка *М* — точка перетину медіан, *ВМ* = 6 см. Знайдіть відстань від середини бічної сторони до основи трикутника. (*Відповідь:* 4,5 см.)