УРОК № 17

Тема уроку. *Вписані кути. Вписані та описані чотирикутники.*

Мета уроку: *систематизувати і узагальнити знання учнів про вписані кути і вписані та описані чотирикутники; провести корекцію знань учнів шляхом самостійної роботи з наступною взаємоперевіркою.*

Тип уроку: *узагальнення та систематизація знань.*

Хід уроку

I. Організаційний момент

II. Перевірка домашнього завдання

На кожну парту видається ксерокопія з розв'язаннями задач всіх рівнів. Учні самостійно перевіряють і виправляють за необхідності домашнє завдання.

Задача 1. *Розв'язання*

Нехай хорда AB ділить коло з центром у точці O у відношенні 5 : 7 (рис. 1). Тоді градусна міра меншої з дуг 360 : 12 · 5 = 150°, а більшої 360° - 150° = 210°. На меншу дугу спирається кут 150° : 2 = 75°, а на більшу — 105° (за теоремою про вписані кути).

Відповідь: 75° і 105°.

Задача 2. *Розв'язання*

Нехай трикутник ABC — гострокутний рівнобедрений трикутник з основою AC (рис. 2, а). Тоді $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 64°$. Отже, $\angle BAC = 64°$, $\angle ABC = 180° - 2\angle ACB = 180° - 2 \cdot 64° = 52°$.

Якщо основа трикутника — сторона AB, то $\angle ACB = 64°$, $\angle A = \angle B = (180°-- 64°) : 2 = 58°$.

Якщо трикутник ACB — тупокутний (рис. 2, б), тоді $\angle ACB = \frac{1}{2}(360° - - 128°) = \frac{1}{2} 232° = 116°$. А оскільки цей трикутник рівнобедрений, то $\angle A = \angle B = = (180° - 116°) : 2 = 32°$.

Відповідь: 1) 64°, 64°, 52°; 2) 64°, 58°, 58°; 3) 116°, 32°, 32°.

Задача 3. *Розв'язання*

Нехай $ABCD$ (рис. 3) — даний чотирикутник, вписаний в коло, AC — діаметр кола. Отже, $\angle B = \angle D = 90°$. Нехай K — точка перетину діагоналей чотирикутника, тоді шуканий кут — AKD. Кути BAC і BDC спираються на одну й ту саму дугу та лежать з одного боку від хорди BC. Отже, $\angle BDC = \angle BAC = = 23°$. Оскільки $\angle D = 90°$, то $\angle ADK = 90° - \angle BDC = 90° - 23° = 67°$. У трикутнику AKD $\angle AKD = 180° - (\angle KAD + \angle ADK) = 180° - (52° + 67°) = 61°$.

Відповідь: 61°.

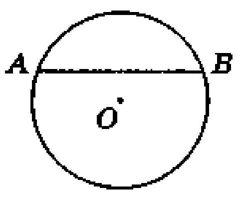
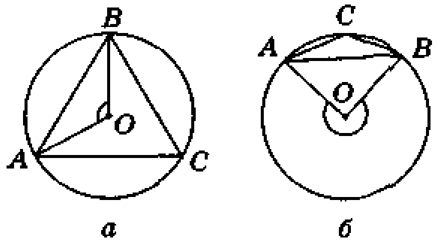


Рис. 1



а б

Рис. 2

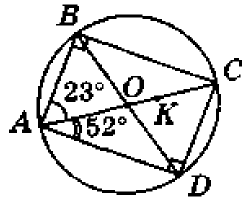


Рис. 3

Задача 4. *Розв'язання*

Нехай на рис. 4 *ABCD* — дана рівнобічна трапеція (*BC* || *AD*), *AB* = *CD*, ∠*A* = 54°, ∠*AKB* = 36°. Оскільки трапеція рівнобічна, то ∠*KAD* = ∠*KDA* = ∠*AKB* : 2 = 36° : 2 = 18° (за властивістю зовнішнього кута трикутника). У трикутнику *ABD* ∠*ABD* = = 180° - (54° + 18°) = 108°. Коло, описане навколо трапеції *ABCD,* є описаним і навколо трикутника *ABD,* який є тупокутним. Тоді центр описаного навколо нього кола розміщений поза трикутником *ABD.* Аналогічно доводиться, що центр даного кола розміщений і поза трикутником *BCD.* Отже, і поза трапецією *ABCD.*

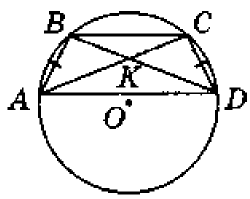


Рис. 4

III. Формулювання мети і задач уроку

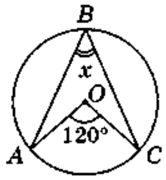
IV. Актуалізація опорних знань учнів

Розв'язання задач за готовими рисунками

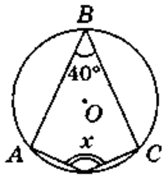
На дошці підготовлено три варіанти завдань. Учням дається 10 хвилин для розв'язання трьох задач свого варіанта. На відкидній дошці записані відповіді до завдань. Кожне правильно розв'язане завдання оцінюється в 4 бали.

Варіант I

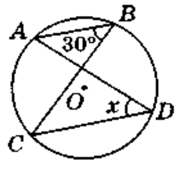
1.



2.

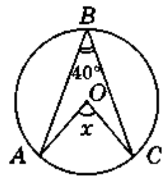


3.

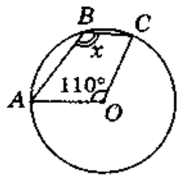


Варіант II

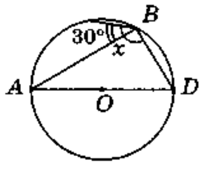
1.



2.

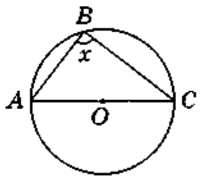


3.

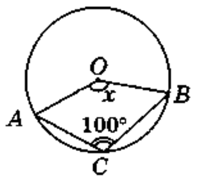


Варіант III

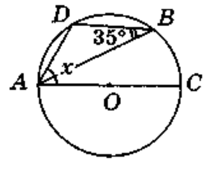
1.



2.



3.



Відповіді: *Варіанті.* **1.** 60°; **2.** 140°; **3.** 30°.*Варіант II.* **1.** 80°; **2.** 125°; **3.** 120°. *Варіант III.* **1.** 90°; **2.** 160°; **3.** 55°.

Після самоперевірки учні визначають з огляду на набрані бали, задачі якого рівня вони розв'язуватимуть у диференційованих групах, та розподіляються на групи.

V. Розв'язання задач різного рівня в диференційованих групах

На цю роботу відводиться 15 хвилин із захистом біля дошки.

С Задача 1. Знайдіть кут між хордою *АВ* і діаметром *ВС,* якщо *АВ* стягує дугу в 54°.

Розв'язання

Оскільки дуга, що стягується хордою *АВ* (рис. 5 на с. 82), дорівнює 54°, то $\angle AOB$ = 54°. Отже, $\angle ABC$ - (180° - 54°) : 2 = 63° за властивістю кутів рівнобедреного трикутника.

Відповідь: 63°.

Д Задача 2. Хорда *АВ* стягує дугу в 58° Визначте кути, утворені хордою й дотичною, проведеною до кола в точці *А.*

Розв'язання

$\angle AOB$ = 58°, оскільки хордою АВ стягується дуга в 58° (рис. 6). Тоді $\angle BAO$ = (180° - 58°) : 2 = 61°. Оскільки $AC \perp AO$, то $\angle CAO$ = 90°, а $\angle CAB$ = = 90° - 61° = 29°.

Відповідь: 90°, 29°.

Д Задача 3. Доведіть, що гострий кут між хордою кола та дотичною до кола у кінці хорди дорівнює половині кута між радіусами, проведеними до кінців хорди.

Доведення

Нехай *АВ* — хорда кола з центром у точці *О* (рис 7), *АС* — дотична до кола, проведена до кінця хорди *А.* Нехай $\angle AOB = a$, тоді $\angle BAO = \angle ABO = \; = 90° - \frac{\alpha}{2}$. $\angle CAB = 90° - \angle BAO = 90° - \left(90° - \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\alpha}{2}$, що й треба було довести.

В Задача 4. У трикутнику *АВС* $\angle$ В = 74°. Навколо трикутника описане коло, і через точку *А* до кола проведено дотичну. Промінь *CD* утворює зі стороною *АС* кут 23°. Знайдіть кути трикутника *ACD.*

Розв'язання

Сполучимо точки *А* і *К* (рис. 8 на с. 82). $\angle DAK$ = 23°, оскільки цей кут є кутом між дотичною *AD* і хордою *АК.* $\angle AKC$ = 180° - $\angle ABC$, оскільки чотирикутник *АВСК* вписаний у це коло. $\angle AKC$ = 180° - 74° = 106°, тоді $\angle KAC$ = 180° - (106° + 23°) = 51°. Отже, $\angle DAC = \angle DAK + \angle KAC$ = 23° + 51° = = 74°. Таким чином, у трикутнику *ACD* $\angle ADC$ = 180° - 74° - 23° = 83°.

Відповідь: 74°, 23°, 83°.

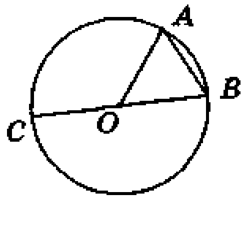


Рис. 5

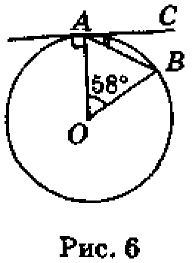


Рис. 6

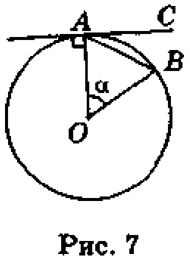


Рис. 7

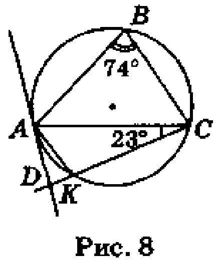


Рис. 8

VI. Підбиття підсумків уроку

Учитель оцінює роботу груп, виставляє оцінки найбільш активним учням. Також зазначає, що в задачі 3 достатнього рівня було доведено важливий опорний факт:

- Гострий кут між хордою кола і дотичною до кола в кінці хорди дорівнює половині кута між радіусами, проведеними до кінців хорди.

VII. Домашнє завдання

1) Підготуйте коротку історичну довідку про математика Фалеса.

2) Розв'яжіть задачі.

С **1.** Хорди *CD* і *CE* лежать з різних боків від центра *O* кола, $\angle ECD = 84°$, $\angle COE : \angle DOE = 9 : 14$. Знайдіть кути *COE* і *DOE*.

Д **2.** У колі з центром *O* проведено два діаметри *AB* і *KE* (рис. 9). Точки *P* і *E* лежать з одного боку від діаметра *AB*. Знайдіть кут *ABE*, якщо $\angle PKE = 16°$, $\angle BAP = 48°$.

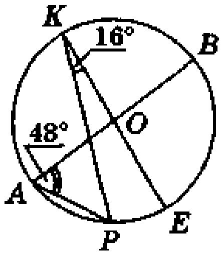


Рис. 9

В **3.** На основі *AB* рівнобедреного трикутника *ABC* як на діаметрі побудоване півколо з центром *O,* що перетинає сторони *AC* і *BC* у точках *D* і *E* відповідно. Знайдіть градусні міри дуг *AD, DE* і *BE,* якщо $\angle ACB = 86°$.