

УРОК № 16

Тема уроку. *Кути, вписані в коло. Центральний кут.*

Мета уроку: *увести поняття «кут, вписаний в коло», «центральний кут»; довести теорему про вписані кути, навчати застосовувати її під час розв'язування задач.*

Тип уроку: *засвоєння нових знань.*

Хід уроку**I. Організаційний момент****II. Перевірка домашнього завдання**

Учитель викликає до дошки чотирьох учнів, які записують на дошці домашні завдання. Решта учнів пишуть математичний диктант.

Математичний диктант

Продовжіть речення:

1. Усі вершини вписаного в коло чотирикутника розташовані на...
2. Сторони чотирикутника, описаного навколо кола, є...
3. Центр кола, описаного навколо чотирикутника, є точкою перетину...
4. Центр кола, вписаного в чотирикутник, є точкою перетину...
5. Коло не можна вписати в чотирикутник, якщо...
6. У паралелограм можна вписати коло за умови, що цей паралелограм є...

Обговоривши результати диктанту та розв'язання домашніх задач, учитель звертає увагу учнів на отримані в перших трьох домашніх задачах висновки та зазначає, що вони є опорними фактами. Ці факти учні записують у зошити.

1. Якщо в трапецію вписати коло, то кут, утворений бісектрисами кутів, прилеглих до бічної сторони трапеції, — прямий.
2. У ромб і квадрат завжди можна вписати коло. Його центр є точкою перетину діагоналей.
3. Радіус вписаного в ромб кола у два рази менший за його висоту.

III. Формулювання мети і задач уроку

Учитель нагадує учням, що відкритим залишилося питання про чотирикутники, навколо яких можна описати коло, і пропонує ознайомитися з необхідними для відповіді на поставлене питання фактами.

IV. Актуалізація опорних знань учнів**Питання класу**

1. Наведіть означення кута і його елементів.
2. Сформулюйте властивість вимірювання кутів.
3. Наведіть означення рівнобедреного трикутника. Сформулюйте властивість його кутів.
4. Який кут називається зовнішнім кутом трикутника при даній вершині? Сформулюйте властивість зовнішнього кута трикутника.

V. Вивчення нового матеріалу**План викладення теми**

1. Означення плоского кута.
2. Означення центрального кута.
3. Означення дуги кола.
4. Означення кута, вписаного в коло.
5. Знаходження градусної міри плоских кутів, дуги кола.
6. Теорема про вписані кути і наслідки з неї.

Означення плоского кута, центрального кута, дуги кола, кута, вписаного в коло

Учитель пропонує учням накреслити кут і запитує, на скільки частин розбиває цей кут площину. Наводяться означення цих частин площини — *плоскі кути*. Оскільки вони мають спільні сторони, то це *доповняльні кути* (рис. 1, а).

Наводяться означення *центрального* кута кола.

Питання класу

- Скільки центральних кутів на рис. 1, б?

Учитель дає означення *дуги* як частини кола, розташованої усередині плоского кута. Ця дуга є відповідною до даного центрального кута (рис. 1, в).

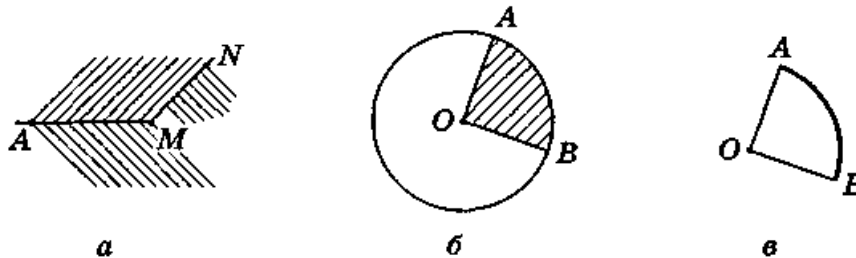


Рис. 1

Завдання класу

- Сформулюйте означення кута, вписаного в коло. Чи є кути на рис. 2 (а-б) вписаними в коло? Відповідь обґрунтуйте.

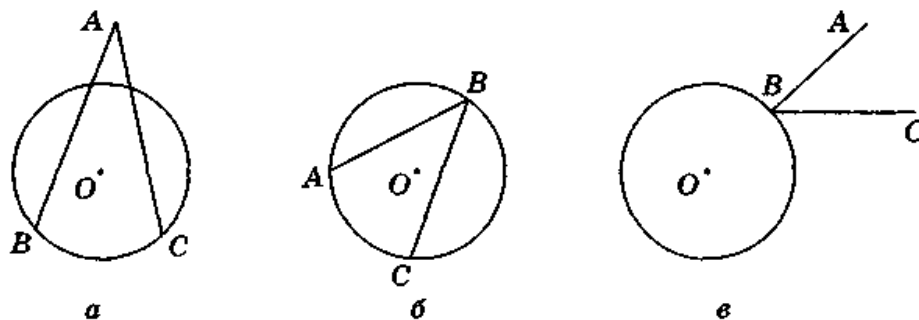


Рис. 2

Градусна міра плоских кутів, дуги кола

Учитель пояснює, як знаходять градусні міри розглянутих кутів. Якщо плоский кут є частиною півплощини, то його *градусною мірою* називається градусна міра звичайного кута; якщо ж плоский кут містить півплощину, то його градусна міра дорівнює $360^\circ - \alpha$, де α — градусна міра доповняльного плоского кута. Градусною мірою дуги кола називається градусна міра відповідного центрального кута. Центральний кут є відповідним до даного вписаного кута,

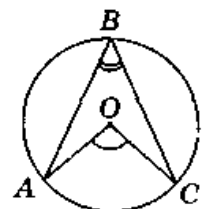


Рис. 3

якщо він не містить вершину вписаного кута. Куту ABC (рис. 3) відповідає центральний кут AOC .

Теорема про вписані кути, її наслідки

Учитель формулює теорему про вписані кути і просить учнів розподілитися на три групи для доведення даної теореми, розглянувши три випадки. На дошці заздалегідь підготовлено рисунки та декілька підказок, які допоможуть групам за короткий проміжок часу впоратися з поставленим завданням.

Для I групи

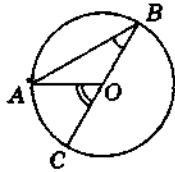


Рис. 4

Одна із сторін кута ABC проходить через центр кола.

Рисунки для груп

Для II групи

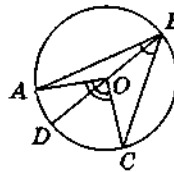


Рис. 5

Точки A і C кута ABC знаходяться з різних боків від проведеного діаметра BD .

Для III групи

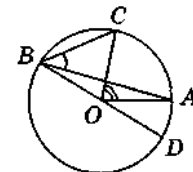


Рис. 6

Точки A і C кута ABC знаходяться з одного боку від діаметра BD .

Підказки для груп

Для I групи

1. Розгляньте $\triangle AOB$.
2. Визначте вид $\triangle ABO$.
3. Застосуйте теорему про зовнішній кут трикутника при вершині O .

Для II групи

1. $\angle ABC = \angle ABD + \angle CBD$.
2. Дивіться підказку 1 для першої групи.

Для III групи

1. $\angle ABC = \angle CBD - \angle ABD$.
2. Дивіться підказку 1 для першої групи.

Групи по черзі презентують результати своєї роботи. Після доведення теореми формулюються та доводяться її **наслідки**.

1. Вписані кути, сторони яких проходять через точки A і B кола, а вершини лежать з одного боку від прямої AB , рівні (рис. 7, а).
2. Кути, що спираються на діаметр,— прямі (рис. 7, б).

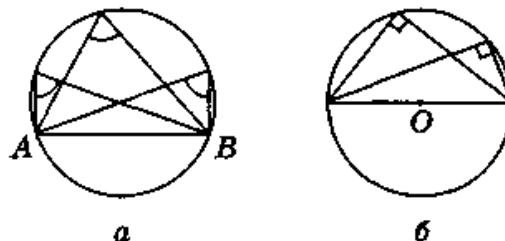


Рис. 7

Учитель формулює та просить довести такі **опорні факти**:

1. Сума протилежних кутів вписаного чотирикутника дорівнює 180° .
2. Якщо в чотирикутнику сума двох протилежних кутів дорівнює 180° , то навколо цього чотирикутника можна описати коло.

Звідси одержуємо **наслідки**:

1. Навколо будь-якого прямокутника можна описати коло.
2. Навколо будь-якої рівнобедреної трапеції можна описати коло.

Учитель підкреслює, що таким чином ми відповіли на питання, навколо якого чотирикутника можна описати коло.

VI. Первинне закріплення нових знань учнів Виконання усних вправ

1. Визначте градусну міру кута, вписаного в коло, якщо відповідний йому центральний кут дорівнює: а) 45° ; б) 125° .
2. Визначте градусну міру центрального кута кола, якщо градусна міра відповідного йому вписаного кута дорівнює: а) 15° ; б) 87° .
3. У трикутнику ABC $\angle A = 46^\circ$, $\angle B = 68^\circ$, точка O — центр описаного кола. Знайдіть кути AOB , BOC , AOC .
4. Чи можна описати коло навколо чотирикутника $ABCD$, якщо:
 - а) $\angle A = 33^\circ$, $\angle C = 137^\circ$;
 - б) $\angle B = 69^\circ$, $\angle D = 111^\circ$;
 - в) $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D = 5 : 7 : 8 : 4$.

Виконання письмових вправ

Задача 1. Точки A , B , C належать колу з центром у точці O , $\angle AOB = 80^\circ$. Знайдіть кут ACB .

Розв'язання

Випадок 1. На рис. 8 куту ACB , вписаному в коло, відповідає центральний кут AOB . Отже, $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 40^\circ$.

Випадок 2. На рис. 9 вписаному куту ACB відповідає кут, доповняльний до кута AOB , що дорівнює $360^\circ - 80^\circ = 280^\circ$. Отже, кут ACB дорівнює його половині, тобто 140° .

Відповідь: 40° або 140° .

Задача 2. Три кути чотирикутника, вписаного в коло, узяті в порядку наступності, відносяться як $2 : 6 : 7$. Знайдіть кути чотирикутника.

Розв'язання

Нехай градусні міри цих кутів дорівнюють $2x$, $6x$, $7x$ ($x > 0$). Оскільки чотирикутник вписаний в коло, то $2x + 7x = 180$. Звідси $9x = 180$, $x = 20$. Отже, кути чотирикутника дорівнюють: 40° , 120° , 140° і $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

Відповідь: 40° , 120° , 140° , 60° .

Задача 3. Точки A , B , C лежать на колі. Чому дорівнює кут ABC , якщо хорда AC дорівнює радіусу кола?

Розв'язання

У колі із центром O точки A , B , C лежать на колі, $AC = AO = OC = r$.

Випадок 1. На рис. 10 трикутник ABC — рівносторонній, оскільки $AC = AO = OC$. Отже, $\angle AOC = 60^\circ$, а відповідний до нього вписаний кут ABC

дорівнює 30° .

Випадок 2. Як доведено вище, у трикутнику AOC $\angle AOC = 60^\circ$. Центральний кут, що відповідає вписаному куту ABC , — це кут, доповняльний до кута AOC (рис. 11), і його градусна міра дорівнює $360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$. Звідси $\angle ABC = 300 : 2 = 150^\circ$.

Відповідь: 30° або 150° .

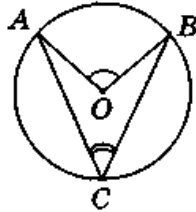


Рис. 8

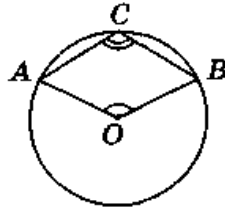


Рис. 9

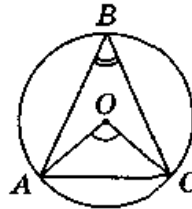


Рис. 10

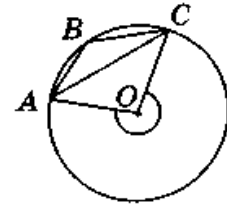


Рис. 11

VII. Підбиття підсумків уроку

Питання та завдання класу

1. Вершина кута лежить на колі. Чи обов'язково цей кут є вписаним у дане коло?
2. Накресліть коло і вписаний у нього кут MPK .
3. Сторони кута перетинають коло. Чи обов'язково цей кут є вписаним у дане коло?
4. AB і BC — хорди кола. Чи обов'язково кут ABC є вписаним у це коло?
5. Точки A і B лежать на колі. Вписаний кут ACB дорівнює 90° . Чим є хорда AB ?
6. Накресліть кут AMK , вписаний в коло. Побудуйте ще два вписаних у це коло кута, які дорівнюють куту AMK .

VIII. Домашнє завдання

- С** 1. Хорда ділить коло у відношенні 5:7. Визначте величини вписаних кутів, що спираються на цю хорду.
- Д** 2. Точка O — центр кола, описаного навколо рівнобедреного трикутника ABC . Знайдіть кути трикутника ABC , якщо кут AOB дорівнює 128° . Скільки розв'язків має задача?
- В** 3. Чотирикутник $ABCD$ вписаний в коло. Діагональ AC даного чотирикутника є діаметром кола. Знайдіть кут між діагоналями чотирикутника, що лежить проти сторони AD , якщо $\angle BAC = 23^\circ$, $\angle DAC = 52^\circ$.
- В** 4. Рівнобічна трапеція, один із кутів якої дорівнює 54° , вписана в коло. Кут між діагоналями трапеції, що лежить проти бічної сторони, дорівнює 36° . Знайдіть положення центра кола, описаного навколо трапеції, відносно трапеції.