УРОК № 10

Тема уроку. *Квадрат.*

Мета уроку: *дати означення квадрата, розглянути його властивості, спираючись на відомі учням властивості вивчених видів паралелограма; розглянути задачі на застосування властивостей квадрата.*

Тип уроку: *засвоєння нових знань.*

Обладнання: *таблиця 5 «Квадрат. Його властивості та ознаки».*

Хід уроку

I. Організаційний момент

II. Перевірка домашнього завдання

Один учень із місця за готовим рисунком викладає розв'язання домашньої задачі 1. Двоє учнів пишуть на дошці розв'язання задач 2 і 3.

Задача 2. *Розв'язання*

Нехай *ABCD* (рис. 1) — ромб, $\angle AKD = 34°$. Оскільки за умовою *NK* — продовження висоти *AN*, то $\angle KAD = 90°$. Отже, $\angle KDA = 90° - 34° = 56°$. Оскільки *BD* — бісектриса кута *D* ромба *ABCD*, то $\angle BDC = \angle ADB = \angle KDA =$ $= 56°$. Отже, $\angle ADC = \angle ABC = 112°$ (за властивістю діагоналей і кутів ромба). $\angle A + \angle D = 180°$. Звідси $\angle \text{A} = 180° - \angle D = 180° - 112° = 68°$ і $\angle C = \angle A =$ $68°$.

Відповідь: 68°, 68°, 112°, 112°.

Задача 3. *Розв'язання*

Із чотирикутника *EBFD* (рис. 2), у якому два кути прямі, третій дорівнює 30°, знаходимо: $\angle EDF = 360° - 2 \cdot 90° - 30° = 150°$. Звідси за властивістю протилежних кутів ромба $\angle ABC = \angle ADC = 150°$. Оскільки з рівності трикутників *ABE* і *CBF* випливає, що $\angle ABE = \angle CBF$, то $\angle ABE = \angle CBF =$ $= (150° - 30°) : 2 = 60°$. У трикутнику AEB ($\angle E = 90°$) $\angle A = 90° - 60° = 30°$, отже, $AB = 2BE = 12$ (см). $P_{ABCD} = 4AB = 4 \cdot 12 = 48$ (см).

Відповідь: 48 см.

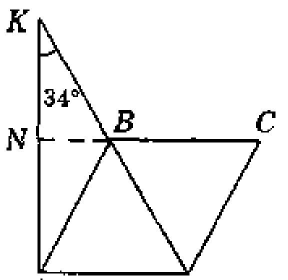


Рис. 1

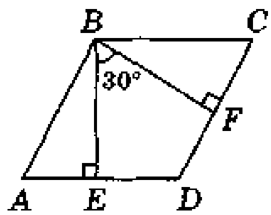


Рис. 2

III. Формулювання мети і задач уроку

IV. Актуалізація опорних знань учнів; вивчення нового матеріалу

Складання таблиці «Квадрат. Його ознаки та властивості»

Учитель пропонує учням накреслити квадрат (уже відому учням геометричну фігуру).

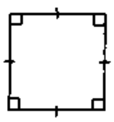
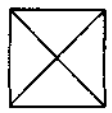
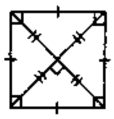
Питання класу

1. Як ще можна назвати цю фігуру? (Чотирикутник, прямокутник, паралелограм, ромб.)
2. Як можна різними способами визначити цю геометричну фігуру? (Це паралелограм, у якого всі кути прямі та всі сторони рівні. Це чотирикутник, у якого всі сторони та кути рівні. Це прямокутник з рівними сторонами. Це ромб, у якого всі кути прямі.)

Учитель наголошує на правильності всіх даних означень і пропонує виходячи з них назвати ознаки та властивості квадрата і самостійно скласти таблицю.

Таблиця 5

Квадрат. Його ознаки та властивості

Означення квадрата	
	*Квадрат* — це прямокутник, у якого всі сторони рівні. *Квадрат* — це чотирикутник, у якого всі сторони та кути рівні. *Квадрат* — це ромб, у якого всі кути прямі. *Квадрат* — це паралелограм, у якого всі кути прямі та всі сторони рівні.
Ознаки квадрата	
	1. Якщо діагоналі прямокутника перетинаються під прямим кутом, то він є квадратом. 2. Якщо діагоналі ромба рівні, то він є квадратом.
Властивості квадрата	
	1. Усі сторони квадрата рівні. 2. Усі кути квадрата прямі. 3. Діагоналі квадрата перетинаються і точкою перетину діляться навпіл. 4. Діагоналі квадрата рівні. 5. Діагоналі квадрата перетинаються під прямим кутом. 6. Діагоналі квадрата є бісектрисами його кутів, отже, утворюють зі сторонами квадрата кути в 45°.

Доведення ознак квадрата

Учитель формулює ознаки квадрата у вигляді задач на доведення, що розбираються біля дошки під керівництвом учителя.

Задача 1. Доведіть, що прямокутник, у якого діагоналі перетинаються під прямим кутом, є квадратом.

Доведення

Нехай $ABCD$ (рис. 3) — даний прямокутник. Точка O — точка перетину його діагоналей, причому $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOA = 90°$. Оскільки діагоналі прямокутника рівні та діляться точкою перетину навпіл, то $\Delta AOB = \Delta BOC = \Delta COD = \Delta DOA$ за двома сторонами і кутом між ними. Отже, $AB = BC = CD = DA$. Тобто $ABCD$ — прямокутник з рівними сторонами, а отже, $ABCD$ — квадрат.

Задача 2. Доведіть, що якщо діагоналі ромба рівні, то він є квадратом.

Доведення

Нехай *ABCD* (рис. 3) — даний ромб, у якого *AC* = *BD*. *BO* = *AO*, отже, трикутник *AOB* — рівнобедрений прямокутний, тож ∠ *OBA* = ∠ *OAB* = 45°. Оскільки за властивостями ромба його діагоналі є бісектрисами його кутів, то ∠ *ABC* = ∠ *BAD* = 90°. Тобто всі кути даного ромба прямі. Отже, *ABCD* — квадрат.

V. Первинне закріплення нових знань учнів

Розв'язання задач

Задача 1. Периметр квадрата дорівнює 36 см. Визначте відстань від точки перетину діагоналей квадрата до його сторін.

Задача 2. На діагоналі *AC* квадрата *ABCD* обрані точки *K* і *M*, такі, що *AK*= =*CM* (рис. 4). Доведіть, що *BMDK* — ромб.

Задача 3. Діагональ квадрата дорівнює 4 см. Його сторона є діагоналлю другого квадрата. Визначте сторону другого квадрата.

Задача 4. У рівнобедрений прямокутний трикутник вписаний квадрат, дві вершини якого лежать на гіпотенузі трикутника, а дві інші — на катетах. Знайдіть периметр квадрата, якщо гіпотенуза дорівнює 18 см.

Задача 5. У прямокутнику *ABCD* (рис. 5) бісектриси кутів *A* і *B* перети-нають сторони *BC* і *AD* у точках *E* і *K* відповідно. Доведіть, що *ABEK* — квадрат.

Розв'язання

Оскільки *BK* — бісектриса кута *B*, а *AE* — бісектриса кута *A*, то ∠ *ABK* = = ∠ *KBE* = ∠ *BAE* = ∠ *KAE* = 90° : 2 = 45°. Отже, трикутник *BAK* — рівнобедрений прямокутний, тобто *AB* = *AK*. Аналогічно доводимо, що *AB* = = *BE*. Отже, у чотирикутнику *ABEK BE* = *AK*. А оскільки *ABCD* — прямокутник, то *BE* || *AK*. Таким чином, *ABEK* — паралелограм. У нього два кути прямі, отже, *ABEK* — прямокутник. Із трикутника *ABO* одержуємо: ∠ BOA = 90°. Тобто *ABEK* — прямокутник, діагоналі якого перетинаються під прямим кутом. Отже, *ABEK* — квадрат.

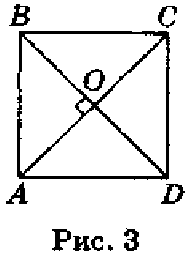


Рис. 3

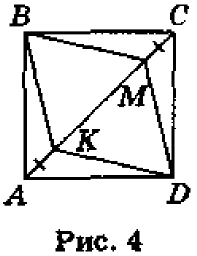


Рис. 4

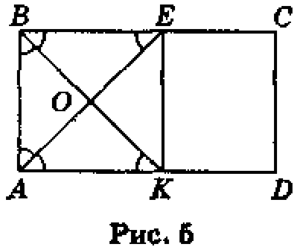


Рис. 5

Задача 6. На продовженні сторони *AD* квадрата *ABCD* (рис. 6) відкладений відрізок *DE*, такий, що промінь *BE* ділить кут *ABC* у відношенні 1 : 2. Знайдіть периметр квадрата, якщо *BE* = 6 см.

Розв'язання

Оскільки ∠ *ABE* : ∠ *CBE* = 2 : 1 і ∠ *ABE* + ∠ *CBE* = 90°, то ∠ *ABE* = 60°, а ∠ *CBE* = 30°. Тоді в прямокутному трикутнику *BAE* (∠ *BAE* = 90°) ∠ *BEA* = 30°, отже, *AB* = $\frac{1}{2}$ *BE* = 3 см. Звідси $P_{ABCD} = 4 \cdot AB = 4 \cdot 3 = 12$ (см).

Відповідь: 12 см.

Задача 7. У квадрат вписаний прямокутник так, що на кожній стороні квадрата знаходиться одна вершина прямокутника, а сторони прямокутника паралельні діагоналям квадрата. Знайдіть сторони прямокутника, якщо одна з них у 2 рази менша від другої, а діагональ квадрата дорівнює 12 см.

Розв'язання

Нехай *ABCD* (рис. 7) — даний квадрат, а *MNKL* — прямокутник. $AC = BD = 12$ см, *ML* у два рази менша, ніж *MN*. У трикутнику *AFM* $\angle AFM = 90°$, оскільки $MN \parallel AC$, $ML \parallel BD$, а $AC \perp BD$; $\angle MAF = 45°$, тому що *AC* — бісектриса кута *A* квадрата *ABCD*. Отже, трикутник *AMF* — рівнобедрений з основою *AM*; тобто $AF = MF$. Аналогічно доводимо, що $FL = AF$. Також, переконавшись, що $\angle CNE = \angle CKE = 45°$.доводимо рівність трикутників *NCK* і *MAL* за гіпотенузою ($ML = NK$) і гострим кутом. Звідси випливає, що $EC = AF$. Отже, діагональ $AC = AF + FE + EC = 2AF + FE = ML + MN = 12$ (см). Нехай $ML = x$, тоді $MN = 2x$, $3x = 12$, $x = 4$. Отже, одна із сторін прямокутника дорівнює 4 см, а друга — 8 см.

Відповідь: 4 см, 4 см, 8 см, 8 см.

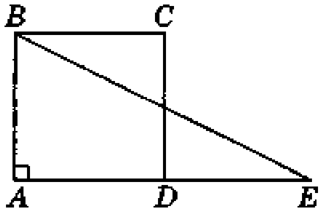


Рис. 6

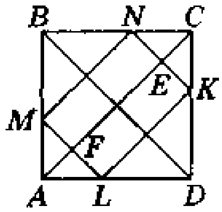


Рис. 7

VI. Підбиття підсумків уроку

Учитель зазначає, що на цьому уроці учні познайомилися з останнім видом паралелограма, який має всі вивчені раніше властивості паралелограма. Учні ще раз формулюють ці властивості.

VII. Домашнє завдання

С 1. Дано: *AMNK* — квадрат (рис. 8). Знайти: кути чотирикутника *AMRO*.

Д 2. Дано: *ABCD* — квадрат (рис. 9). Довести: $A_1B_1C_1D_1$ — квадрат.

В 3. Дано: *ABCD* — квадрат (рис. 10). Довести: $A_1B_1C_1D_1$ — прямокутник.

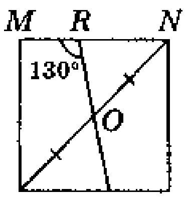


Рис. 8

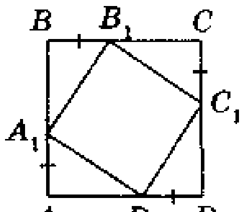


Рис. 9

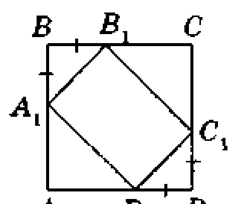


Рис. 10