УРОК № 8

Тема уроку. *Ромб. Властивості та ознаки ромба.*

Мета уроку: *дати означення ромба, ознайомити учнів з його властивостями та ознаками; навчити розпізнавати ромб серед чотирикутників за його ознаками і розв'язувати нескладні задачі, застосовуючи властивості ромба.*

Тип уроку: *засвоєння нових знань.*

Обладнання: *таблиця 4 «Ромб. Його властивості та ознаки».*

Хід уроку

I. Організаційний момент

II. Перевірка домашнього завдання

Наявність домашнього завдання перевіряють консультанти груп. Задачі достатнього та високого рівнів пояснюють два учні за підготовленими на дошці рисунками.

Задача 2. *Розв'язання*

Нехай $ABCD$ (рис. 1) — даний прямокутник, $AB < BC$. Діагоналі AC і BD перетинаються в точці O. Кут ABO менший від кута BOA на 30°. Розглянемо трикутник ABO. Це рівнобедрений трикутник з основою AB (оскільки за властивостями діагоналей прямокутника $BO = AO$). Нехай $\angle ABO = x$, тоді $\angle BAO = x$ також (кути при основі рівнобедреного трикутника рівні), а $\angle BOA$ = = $(x + 30)$ $(x > 0)$. Враховуючи те, що сума кутів трикутника дорівнює 180°, маємо: $2x + x + 30 = 180$, $3x = 150$, $x = 50$. Отже, $\angle ABO = 50°$.

Відповідь: 50°.

Задача 3. *Розв'язання*

Нехай $ABCD$ (рис. 2) — даний прямокутник, $AK \perp BD$, точка O — точка перетину діагоналей BD і AC, $BK : KD = 1 : 3$, $OF \perp AD$, $OF = 6$ см. Нехай $BK = x$ $(x > 0)$, тоді $KD = 3x$, $BD = 4x$. Оскільки $ABCD$ — прямокутник, то BO = = $OD = AO = OC = 2x$. Звідси $BK = KO = x$. Отже, висота AK трикутника ABO є також його медіаною. Звідси трикутник ABO — рівнобедрений з основою BO. Тобто $AB = AO$. Але $AO = BO$, отже, $AB = BO = AO$. Подовжимо відрізок OF до його перетину зі стороною BC, одержуємо: $OE = OF = 6$ см. Отже, $FE = 12$ см. Розглянемо чотирикутник $ABEF$. У ньому всі кути прямі, таким чином, $ABEF$ — прямокутник, $AB = EF = 12$ см (за властивістю протилежних сторін прямокутника). Отже, $BO = AB = 12$ см. Таким чином, за властивістю діагоналей прямокутника $AC = BD = 24$ см.

Відповідь: 24 см.

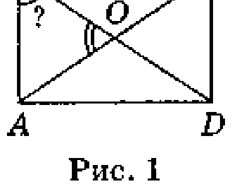


Рис. 1

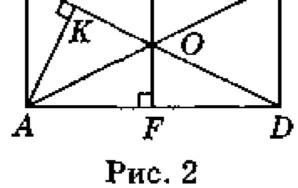


Рис. 2

III. Формулювання мети і задач уроку

IV. Актуалізація опорних знань учнів

Учитель пропонує учням виконати рисунок чотирикутника, у якого всі сторони рівні.

Питання класу

●Чи буде такий чотирикутник паралелограмом? (Так. За ознакою паралелограма.)

Учитель звертає увагу класу на те, що саме цей вид паралелограма й буде сьогодні вивчатися на уроці.

V. Вивчення нового матеріалу

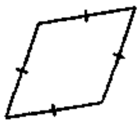
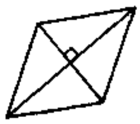
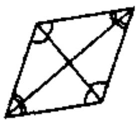
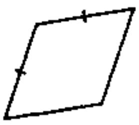
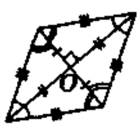
План викладення теми

1. Означення ромба.
2. Ознаки ромба.
3. Властивості ромба.
4. Приклади розв'язування задач із застосуванням властивостей і ознак ромба.

У ході викладення теми вчитель на дошці, а учні в зошитах складають таблицю «Ромб. Його властивості та ознаки» (таблиця 4).

Таблиця 4

Ромб. Його властивості та ознаки

Означення ромба	
	Ромб — це паралелограм, у якого всі сторони рівні. Ромб — це чотирикутник, у якого всі сторони рівні.
Ознаки ромба	
	1. Якщо в паралелограмі діагоналі перетинаються під прямим кутом, то цей паралелограм — ромб.
	2. Якщо в паралелограмі діагоналі є бісектрисами його кутів, то цей паралелограм — ромб.
	3. Якщо в паралелограмі дві суміжні сторони рівні, то цей паралелограм — ромб.
Властивості ромба	
	1. Оскільки ромб є паралелограмом, то всі властивості паралелограма справедливі й для ромба. 2. Діагоналі ромба перетинаються під прямим кутом. 3. Діагоналі ромба є бісектрисами його кутів.

Означення ромба

Учитель звертає увагу учнів на той факт, що ромб є дельтоїдом.

Оскільки учні вже отримали ромб як чотирикутник з рівними сторонами, то вчитель звертає увагу класу на можливість використовувати два означення ромба. Дійсно, якщо в чотирикутнику протилежні сторони рівні, то цей чотирикутник — паралелограм за ознакою, а якщо всі його сторони рівні, то цей паралелограм є ромбом.

Ознаки ромба

Учитель формулює ознаки ромба у вигляді задач, що потребують доведення, які розв'язуються колективно.

Задача 1. Доведіть, що якщо в паралелограмі діагоналі перпендикулярні, то він є ромбом.

Доведення

Нехай *ABCD* (рис. 3) — паралелограм, у якого діагоналі *AC* і *BD* перпендикулярні й перетинаються в точці *O*. Трикутники *AOB* і *AOD* рівні за двома катетами: *BO* = *OD* за властивістю діагоналей паралелограма, *AO* — спільна сторона, а кути при вершині *O* — прямі. З рівності трикутників випливає, що *AB* = *AD*. А за властивістю протилежних сторін паралелограма *AD* = *BC*, *AB* = *CD*. Отже, *AD* = *BC* = *AB* = *CD*, таким чином, *ABCD* — ромб.

Задача 2. Доведіть, що якщо в паралелограмі діагоналі є бісектрисами його кутів, то цей паралелограм — ромб.

Доведення

Нехай *ABCD* (рис. 4) — паралелограм, у якому діагональ *AC* — бісектриса кутів *BCD* і *BAD*. Оскільки $\angle BCD = \angle BAD$ за властивістю протилежних кутів паралелограма, то і $\angle BCA = \angle BAC$ як половини рівних кутів. Розглянемо трикутник *ABC*: у ньому два кути рівні, отже, він — рівнобедрений з основою *AC*. Звідси *AB* = *BC*. А оскільки *AB* = *CD*, *BC* = *AD* за властивістю протилежних сторін паралелограма, то одержимо: *AB* = *BC* = *CD* = *AD*. Таким чином, *ABCD* — ромб.

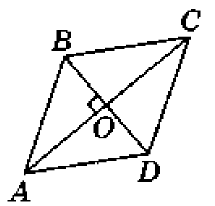


Рис. 3

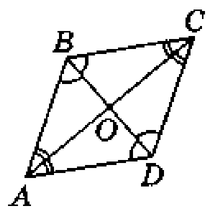


Рис. 4

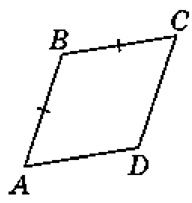


Рис. 5

Задача 3 (цю ознаку можна запропонувати для самостійного доведення). Доведіть, що якщо в паралелограмі дві сусідні сторони рівні, то цей паралелограм є ромбом.

Доведення

Нехай *ABCD* (рис. 5) — паралелограм і *AB* = *BC*. Як відомо, *AB* = *CD* і *BC* = *AD*, отже, усі сторони паралелограма рівні. Таким чином, *ABCD* — ромб.

Властивості ромба

Оскільки під час доведення ознак ромба вже розглядалися рівнобедрені трикутники та застосовувалися їх ознаки та властивості, доцільно запропонувати учням самостійно продумати доведення властивостей діагоналей ромба, а потім розглянути їх біля дошки, викликавши одного з учнів за бажанням.

Далі вчитель підкреслює, що, оскільки ромб є паралелограмом, він має всі властивості паралелограма, і пропонує учням їх перелічити.

Таким чином, на дошці й у зошитах учнів з'являється наведена вище таблиця 4.

VI. Первинне закріплення нових знань учнів

Виконання усних вправ

1. Кут ромба дорівнює 70°. Визначте інші його кути.
2. У ромбі *ABCD* діагоналі *AC* і *BD* дорівнюють відповідно 10 см і 6 см. Яка довжина відрізків *AO* і *BO*?
3. У ромбі *ABCD* $\angle A$ = 140°. Чому дорівнює кут *BAC*? Доведіть, що трикутник *AOB* — прямокутний (точка *O* — точка перетину діагоналей ромба). Чому дорівнює кут *ABO*?

Виконання письмових вправ

Задачу 1 учні розв'язують колективно з розбором на дошці, а задачу 2 — самостійно (один з учнів працює за відкидною дошкою для перевірки правильності розв'язання).

Задача 1. З вершини тупого кута ромба, який дорівнює 120° , проведена висота, що відсікає від сторони відрізок 2 см. 1) Знайдіть периметр ромба і довжину меншої діагоналі. 2) Доведіть, що висота є бісектрисою кута, утвореного діагоналлю й стороною ромба.

Розв'язання

Нехай *ABCD* (рис. 6) — ромб, $BK \perp AD$, *AK* = 2 см, $\angle ABC$ = 120°. Оскільки *BD* — бісектриса кута *ABC* (за властивістю діагоналей ромба), то $\angle ABD = \frac{1}{2}\angle ABC = 60°$. Оскільки трикутник *ABD* — рівнобедрений (*AB* = *AD*), то він є рівностороннім (один з його кутів дорівнює 60°). Тобто *AB* = *BD* = *AD*. *AK* — висота трикутника *ABD*, яка є також і медіаною. Тоді *AK* = *KD* = 2 см. Отже, *AD* = 2*AK* = 4 см. Таким чином, *AB* = *AD* = *BD* = 4 см. P_{ABCD} = 4AB = = 4 · 4 = 16 (см). Із того, що трикутник *ABD* рівносторонній, випливає, що *BK* є також і бісектрисою кута *ABD*.

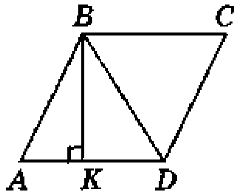


Рис. 6

Задача 2. Периметр ромба дорівнює 16 см, а висота, проведена з вершини тупого кута, ділить сторону ромба навпіл. 1) Знайдіть кути ромба і довжину діагоналі, проведеної з тієї самої вершини. 2) Доведіть, що висота ромба є бісектрисою кута, утвореного даною діагоналлю і стороною ромба.

VII. Підбиття підсумків уроку

Питання класу

1. Чому дорівнює сторона ромба, якщо його периметр дорівнює 24 см?
2. Що можна сказати про чотирикутник, якщо він є ромбом?

3. Гострий кут ромба дорівнює 40°. Який кут утворить його діагональ, проведена з вершини цього кута, зі стороною?

VIII. Домашнє завдання

С **1.** Сторона ромба утворює з однією з діагоналей кут 50°. Знайдіть кути ромба.

Д **2.** Діагоналі ромба утворюють із його стороною кути, один із яких на 50° менший від другого. Знайдіть кути ромба.

В **3.** Висота ромба, проведена з вершини тупого кута, ділить сторону ромба навпіл. Знайдіть кути ромба.