

УРОК № 6

Тема уроку. Прямокутник.

Мета уроку: дати означення прямокутника, довести його ознаки та властивості; навчити учнів знаходити прямокутник серед інших чотирикутників, розв'язувати нескладні задачі, застосовуючи властивості та ознаки прямокутника.

Тип уроку: засвоєння нових знань.

Хід уроку**I. Перевірка домашнього завдання**

Учитель збирає зошити з домашнім завданням на перевірку.

II. Організаційний момент**III. Формулювання мети і задач уроку****IV. Актуалізація опорних знань учнів****Питання класу**

1. Чи можуть усі кути паралелограма бути:
а) тупими; б) гострими; в) прямими?
2. Що можна сказати про кути паралелограма, якщо один з його кутів — прямий? Накресліть паралелограм, що задовольняє подану умову.
3. Чи знайома вам ця фігура? Як називається цей чотирикутник?

V. Вивчення нового матеріалу**Означення прямокутника**

Учні намагаються самі дати означення прямокутника: прямокутник — це паралелограм, у якого всі кути прямі.

Питання класу

- Чи можна в означенні прямокутника замінити слово «паралелограм» на слово «чотирикутник»? (Так.)

Ознаки прямокутника

Ознаки прямокутника можна розглянути у формі задач на доведення, які розбираються колективно та записуються учнями в зошитах.

Задача 1. Якщо в паралелограмі всі кути рівні, то цей паралелограм — прямокутник.

Доведення

Сума кутів паралелограма (рис. 1) дорівнює 360° . Оскільки кути рівні, то кожний з них дорівнює: $360^\circ : 4 = 90^\circ$. Отже, у даному паралелограмі всі кути прямі. За означенням такий паралелограм є прямокутником.

Задача 2. Якщо в паралелограмі один кут прямий, то цей паралелограм — прямокутник.

Доведення

Якщо один із кутів паралелограма прямий (рис. 2), то кут, протилежний йому, теж є прямим (за властивістю протилежних кутів паралелограма), а сусідній дорівнює: $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. Отже, у даному паралелограмі всі кути

прямі. Тоді за означенням він — прямокутник.

Задача 3. Якщо в паралелограмі діагоналі рівні, то цей паралелограм — прямокутник.

Доведення

Нехай $ABCD$ (рис. 3) — паралелограм, у якого діагоналі AC і BD рівні. Розглянемо трикутники ABD і DCA . DA — спільна сторона; $AB = CD$ як протилежні сторони паралелограма; $AC = BD$ за умовою. Отже, $\triangle ABD = \triangle DCA$ за трьома сторонами. Звідси $\angle A = \angle D$, які є кутами, прилеглими до сторони AD паралелограма $ABCD$. Таким чином, за властивістю кутів, прилеглих до однієї сторони паралелограма, $\angle A + \angle D = 180^\circ$. Звідси $\angle A = \angle D = 90^\circ$. За властивістю протилежних кутів паралелограма $\angle C = \angle A = 90^\circ$, $\angle B = \angle D = 90^\circ$, тобто в паралелограмі всі кути прямі. Отже, даний паралелограм — прямокутник.



Рис. 1



Рис. 2

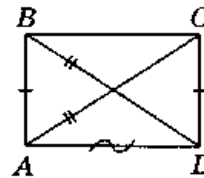


Рис. 3

Задача 4. Якщо в чотирикутнику три кути прямі, то цей чотирикутник — прямокутник.

Доведення

Оскільки сума кутів чотирикутника дорівнює 360° і три з них по 90° (рис. 4), то й четвертий кут дорівнює 90° . Отже, у даному чотирикутнику протилежні кути рівні. Він є паралелограмом за ознакою, а оскільки в цьому паралелограмі всі кути прямі, то він прямокутник за означенням.

Учитель підкреслює, що умови задач 1—4, які були доведені, є ознаками прямокутника.

Питання класу

1. Чи є правильним твердження, що кожний паралелограм є прямокутником? (Ні.)
2. Чи є правильним твердження, що кожний прямокутник є паралелограмом? (Так.)
3. Які властивості має прямокутник?

Учні перелічують відомі їм властивості паралелограма.

Властивості прямокутника

1. Протилежні сторони прямокутника рівні.
2. Діагоналі прямокутника діляться точкою перетину навпіл.
3. Усі кути прямокутника — прямі.

Задача. Доведіть, що діагоналі прямокутника рівні.

Доведення

Розглянемо прямокутник $ABCD$ (рис. 5 на с. 34) і в ньому трикутники BAD і CDA . $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $AB = CD$ (протилежні сторони паралелограма), AD —

спільна сторона. Отже, $\triangle BAD = \triangle CDA$, звідси $BD = AC$, що й треба було довести.

Таким чином, прямокутник має всі властивості паралелограма і, крім того, його діагоналі рівні.

VI. Первинне закріплення нових знань учнів

Задача 1. (розв'язується та коментується біля дошки одним із сильних учнів). У прямокутнику $ABCD$ (рис. 6) точка K — середина сторони AB , $\angle CKD = 90^\circ$. Знайдіть сторони прямокутника, якщо його периметр дорівнює 36 см.

Розв'язання

$\triangle KBC = \triangle KAD$ за двома катетами ($BC = AD$ як протилежні сторони прямокутника $ABCD$, $BK = AK = \frac{1}{2} BA$ за умовою). Звідси $\angle BKC = \angle AKD = (180^\circ - 90^\circ) : 2 = 45^\circ$.

Отже, трикутник KBC — рівнобедрений, тому що $\angle BCK = \angle BKC = 45^\circ$. Аналогічно у трикутнику KAD $\angle ADK = \angle AKD = 45^\circ$. Нехай $BC = BK = AK = AD = x$ ($x > 0$). Тоді $CD = AB = 2x$. Оскільки за умовою периметр прямокутника $ABCD$ дорівнює 36 см, то одержимо рівняння: $(2x + x) \cdot 2 = 36$, $3x = 18$, $x = 6$. Отже, $BC = AD = 6$ см, $AB = CD = 2 \cdot 6 = 12$ (см).

Відповідь: 6 см, 6 см, 12 см, 12 см.

Задача 2. Доведіть, що в прямокутному трикутнику медіана, проведена з вершини прямого кута, дорівнює половині гіпотенузи.

Доведення

Нехай ABC (рис. 7) — прямокутний трикутник ($\angle A = 90^\circ$), AO — медіана. Відкладемо на продовженні медіани AO відрізок OD , при цьому $OD = AO$. Розглянемо чотирикутник $ABDC$. Це паралелограм, оскільки що його діагоналі діляться точкою перетину навпіл. $\angle A = 90^\circ$, отже, $ABDC$ — прямокутник. Діагоналі AD і BC прямокутника $ABDC$ рівні, отже, рівні також їхні половини.

Тобто $AO = OD = BO = OC$ або $AO = \frac{1}{2} BC$.

Учитель підкреслює, що зроблений висновок є важливим *опорним фактом*: у прямокутному трикутнику медіана, проведена з вершини прямого кута, дорівнює половині гіпотенузи.

Учитель звертає увагу учнів на те, що точка O є рівновіддаленою від усіх вершин розглянутого трикутника. Отже, вона є центром описаного навколо трикутника кола. Таким чином, центр кола, описаного навколо прямокутного трикутника, знаходиться на середині гіпотенузи.

VII. Підбиття підсумків уроку

Учні перелічують ознаки й властивості прямокутника та формулюють отримані в останній задачі опорні факти.



Рис. 4

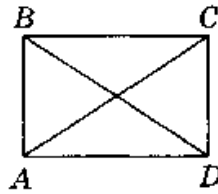


Рис. 5

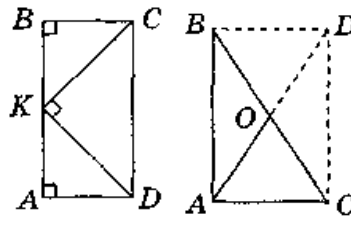


Рис. 6

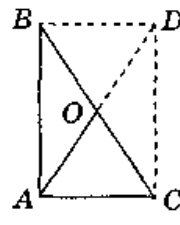


Рис. 7

Математичний диктант (графічна форма)

Учитель пропонує класу графічно відповісти на питання, позначаючи позитивну відповідь значком \cap , негативну — значком \dashv . Один із учнів працює за відкидною дошкою.

Завдання. Чи є правильними твердження?

- 1) Діагоналі прямокутника перпендикулярні.
- 2) Діагоналі паралелограма з рівними кутами рівні.
- 3) Кожний паралелограм — прямокутник.
- 4) Кожний прямокутник — паралелограм.
- 5) Діагоналі прямокутника рівні.
- 6) Паралелограм, який має прямий кут, — прямокутник.

VIII. Домашнє завдання

1. Складіть у зошиті таблицю «Прямокутник. Його ознаки та властивості».
2. Розв'яжіть задачі.

С Задача 1. Діагоналі паралелограма утворюють рівні кути з однією із його сторін. Доведіть, що цей паралелограм — прямокутник.

Д Задача 2. Бісектриса одного з кутів прямокутника ділить його сторону навпіл. Знайдіть периметр прямокутника, якщо його менша сторона дорівнює 10 см.

В Задача 3. У прямокутнику $ABCD$ бісектриса кута A утворює із діагоналлю BD кути, один із яких дорівнює 105° . Знайдіть кут між діагоналями прямокутника.