УРОК № 4

Тема уроку. *Властивості та ознаки паралелограма.*

Мета уроку: *навчити учнів чітко формулювати властивості та ознаки паралелограма; розв'язувати задачі, які передбачають застосування означення паралелограма, його властивостей і ознак окремо та в комплексі.*

Тип уроку: *формування вмінь і навичок учнів.* Обладнання: *таблиця 2 «Паралелограм» (частини І і ІІ).*

Хід уроку

І. Організаційний момент

ІІ. Перевірка домашнього завдання; актуалізація опорних знань учнів

Перевірку домашнього завдання можна здійснити як взаємоперевірку зошитів учнів за зразком, підготовленим заздалегідь на дошці. Наведемо розв'язання задач достатнього та високого рівнів.

Задача 3. *Розв'язання*

Із властивості протилежних сторін паралелограма випливає, що сума сусідніх сторін дорівнює половині його периметра, тобто 56 : 2 = 28 (см). Отже, сума двох протилежних сторін дорівнює 24 см. А оскільки вони мають рівну довжину, то кожна з них дорівнює 24 : 2 = 12 (см). Тоді суміжна сторона має довжину, що дорівнює 28 – 12 = 16 (см).

Відповідь: 12 см, 12 см, 16 см, 16 см.

Задача 4. *Доведення*

У чотирикутнику *AMCN* (див. урок № 3, рис. 9) АС і *MN* — діагоналі, причому $AO = OC$, оскільки *ABCD* — паралелограм, $MO = ON$, тому що BO - OD у паралелограмі *ABCD,* а *M* і *N* — середини *BO* і *OD* відповідно. Отже, *AMCN* — паралелограм за ознакою.

Задача 5. *Розв'язання*

Оскільки *ABCD* — паралелограм (див. урок № 3, рис. 10), то $BC = AD = 12$ см і $AO = OC$. Оскільки $P_{\Delta AOD} = 28$ см, $AD = 12$ см, то $AO + OD = 28 - 12 = 16$ (см). Але $AO = OC$, отже, $OD + OC = AO + OD = 16$ см. А оскільки $P_{\Delta COD} = 24$ см, то $DC = 24 - 16 = 8$ (см). Звідси $P_{ABCD} = 2(DC + BC) = 2 \cdot (12 + 8) = 2 \cdot 20 =$
$= 40$ (см).

Відповідь: 40 см.

Математичний диктант (графічна форма)

Учитель пропонує учням графічно відповісти на питання, позначаючи позитивну відповідь значком $\cap$, негативну — значком $\longmapsfrom\!\!\!\longmapsto$. Відповідь матиме вигляд ключа (рис. 1). Один із сильних учнів працює на відкидній дошці. Після виконання диктанту є обов'язковим його перевірка та обговорення.

Завдання. Чи є правильними твердження?

- У будь-якому паралелограмі:

1) усі сторони рівні;
2) протилежні сторони рівні;
3) протилежні кути рівні;
4) діагоналі рівні;

5) точка перетину діагоналей є рівновіддаленою від двох сусідніх вершин.

● Чотирикутник є паралелограмом, якщо у нього:

6) дві сторони рівні;
7) протилежні сторони рівні;
8) діагоналі перетинаються;
9) діагоналі перетинаються і точкою перетину діляться навпіл.

● Якщо в чотирикутнику:

10) протилежні сторони рівні, то точка перетину його діагоналей є рівновіддаленою від протилежних вершин;
11) діагоналі точкою перетину діляться навпіл, то його сусідні сторони рівні;
12) дві протилежні сторони рівні і паралельні, то його діагоналі рівні.

Ключ

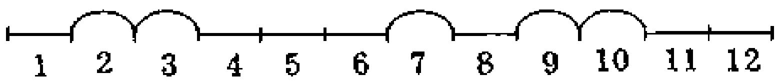

Рис. 1

ІІІ. Формулювання мети і задач уроку

IV. Закріплення засвоєних навичок і вмінь учнів

Розв'язання задач

За результатами перевірки диктанту вчитель пропонує учням вибрати на даний урок задачі доступного рівня й об'єднатися в групи одного рівня. Учитель організовує роботу груп, які розв'язують задачі достатнього та високого рівнів, а з групою учнів, які розв'язують задачі середнього рівня, працює сам.

С Задача 1. Знайдіть кути паралелограма *ABCD* (рис. 2).

Розв'язання

Оскільки $AB \parallel CD$ і AC — січна, то $\angle ACD = \angle BAC = 40°$. А оскільки $BC \parallel AD$ і AC — січна, то $\angle CAD = \angle BCA = 35°$. Таким чином, $\angle A = \angle C = 35° + 40° = 75°$. За властивістю кутів, прилеглих до однієї сторони паралелограма, $\angle A + \angle B = 180°$, звідси $\angle B = 180° - \angle A = 180° - 75° = 105°$. За властивістю протилежних кутів паралелограма $\angle D = \angle B = 105°$.

Відповідь: 75°, 75°, 105°, 105°.

Задача 2. Точка перетину діагоналей паралелограма віддалена від двох його вершин на 3 см і 5 см. Знайдіть діагоналі паралелограма.

Розв'язання

Із умови задачі та властивості діагоналей паралелограма випливає, що йдеться про сусідні вершини паралелограма. Тобто 3 см і б см — це половини діагоналей. Отже, діагоналі дорівнюють 6 см і 10 см.

Відповідь: 6 см, 10 см.

Задача 3. Периметр паралелограма *ABCD* дорівнює 10 см. Знайдіть довжину діагоналі *BD,* якщо периметр трикутника *ABD* дорівнює 8 см.

Розв'язання

Із властивості протилежних сторін паралелограма та умови випливає, що

$AB + AD = 10 : 2 = 5$ (см). Оскільки $P_{\Delta ABD} = AB + AD + BD = 8$ см, то $BD = 8 - 5 = 3$(см).

Відповідь: 3 см.

Д **Задача 4.** У паралелограмі $ABCD$ $\angle A = 60°$, висота BK ділить сторону AD на дві рівні частини. Знайдіть довжину діагоналі BD, якщо периметр паралелограма дорівнює 48 см.

Розв'язання

Нехай на рис. 3 $AK = KD = x$ см ($x > 0$). У прямокутному трикутнику ABK ($\angle AKB = 90°$) $\angle ABK = 90° - 60° = 30°$. Як відомо, у прямокутному трикутнику проти кута 30° лежить катет, що дорівнює половині гіпотенузи. Отже, $AB = 2AK = 2x$ (см). $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 2x \cdot 4 = 8x$, $8x = 48$, $x = 6$. Отже, $AB = BC = CD = AD = 6 \cdot 2 = 12$ (см). Розглянемо трикутник ABD. Це рівнобедрений трикутник з основою AD, оскільки висота BK є його медіаною. Таким чином, $BD = AB = 12$ см.

Відповідь: 12 см.

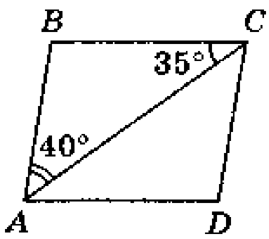

Рис. 2

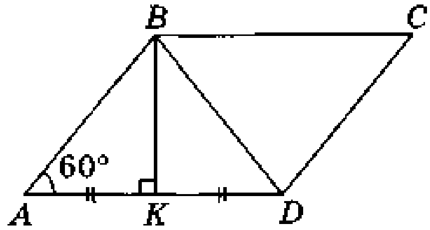

Рис. 3

Задача 5. У паралелограмі $ABCD$ (рис. 4) на діагоналі АС відкладено однакові відрізки АМ і CK. Доведіть, що чотирикутник $BMDK$ — паралелограм.

Доведення

Проведемо діагональ BD. За властивістю діагоналей паралелограма діагоналі BD і AC перетинаються в точці O і діляться нею навпіл: $BO = OD$, $AO = CO$. Оскільки $AM = CK$, то $OM = OK$. Отже, у чотирикутнику $BMDK$ діагоналі перетинаються і точкою перетину діляться навпіл. Таким чином, чотирикутник $BMDK$ — паралелограм за ознакою.

В **Задача 6.** Периметр паралелограма дорівнює 90 см, його гострий кут дорівнює 60°. Діагональ паралелограма ділить його тупий кут у відношенні 1:3. Знайдіть сторони паралелограма.

Розв'язання

Нехай у паралелограмі $ABCD$ (рис. 5) $\angle A = 60°$, BD — діагональ паралелограма, $\angle ABD : \angle CBD = 1 : 3$. Оскільки за властивістю кутів, прилеглих до однієї сторони паралелограма, їх сума дорівнює 180°, то $\angle A + \angle B = 180°$, отже, $\angle B = 180° - \angle A = 180° - 60° = 120°$. Нехай $\angle ABD = x$, тоді $\angle CBD = 3x$ ($x > 0$). Звідси $x + 3x = 120$, $4x = 120$, $x = 30$. Отже, $\angle ABD = 30°$, $\angle CBD = 90°$. Таким чином, трикутник ABD — прямокутний, $\angle ADB = 90°$. Оскільки AD — катет, протилежний до кута 30°, то $AB = 2AD$. Оскільки $P_{ABCD} = 90$ см, то, використовуючи властивість протилежних сторін паралелограма, одержимо: $(AD + 2AD) \cdot 2 = 90$, $3AD = 45$, $AD = 15$ (см). Отже, $BC = AD = 15$ см.

Тоді $AB = CD = 2 \cdot 15 = 30$ (см).

Відповідь: 15 см, 15 см, 30 см, 30 см.

Задача 7. На стороні AB рівностороннього трикутника ABC обрано точку M (рис. 6). Через точку M проведені відрізки MK і MN, паралельні сторонам BC і AC відповідно. Знайдіть сторону трикутника ABC, якщо периметр паралелограма $MKCN$ дорівнює 60 см.

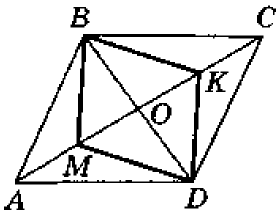

Рис. 4

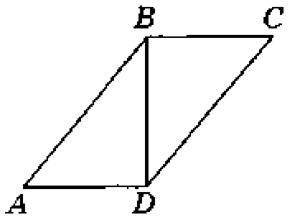

Рис. 5

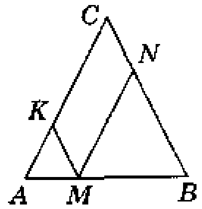

Рис. 6

Розв'язання

Оскільки трикутник ABC — рівносторонній, то $\angle A = \angle B = \angle C = 60°$. Оскільки $AC \parallel MN$ за умовою, тоді $\angle A = \angle NMB$ як відповідні кути при паралельних прямих AC і MN і січній AB. Таким чином, у трикутнику MNB $\angle NMB = \angle B = 60°$. Отже, трикутник MNB — рівносторонній, $MB = MN = NB$. Аналогічно доводимо, що трикутник AKM — рівносторонній, $AK = KM = AM$. Оскільки за умовою $P_{MKCN} = 60$ см, то $CK + KM = 30$ (см). Оскільки $KM = AK$, то $CK + AK = 30$ (см). Тобто $AC = 30$ см. Отже, $AC = BC = AB = 30$ см.

Відповідь: 30 см.

V. Підбиття підсумків уроку

Учитель відзначає роботу найактивніших учнів, які розв'язували задачі середнього рівня, оцінює захист задач достатнього рівня та збирає зошити для перевірки самостійної роботи учнів, які розв'язували задачі високого рівня.

Учні ще раз називають ознаки та властивості паралелограма. Бажано залучити до цього тих учнів, які працювали над задачами середнього рівня.

VI. Домашнє завдання

С 1. Дві сторони паралелограма відносяться як 3:4, його периметр дорівнює 2,8 м. Знайдіть сторони паралелограма.

Д 2. У паралелограмі $ABCD$ проведено бісектрису кута А, що перетинає сторону BC у точці E. Чому дорівнюють відрізки BE і EC, якщо $AB = 9$ см, $AD = 15$ см?

В 3. Дано: $\angle OAD = \angle OCB$; $BO = OD$ (рис. 7). Довести: $ABCD$ — паралело-грам.

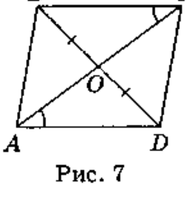

Рис. 7