

УРОК № 44

Тема уроку. Загальна формула для об'ємів тіл обертання. Об'єм кулі.

Мета уроку: виведення формули для об'єму тіла обертання та кулі;
формування вмінь знаходити об'єм кулі.

Обладнання: моделі куль.

I. Перевірка домашнього завдання

1. Перевірити правильність виконання задач № 17, 19 за записами з пропусками, зробленими на дошці до початку уроку.

Розв'язання задачі № 17

Нехай A_1A — ... даного конуса, OO_1 — його..., $OA = R$, $O_1A_1 = ...$ (рис. 164). Прямі AA_1 і OO_1 перетинаються у ... повного конуса, а тому точки A , A_1 , O , O_1 лежать в одній площині. AA_1O_1O — ... трапеція (оскільки $AO \dots A_1O_1$, $OO_1 \dots AO$) і O_1O — її ... Проведемо висоту A_1N трапеції, тоді $A_1N \dots O_1O$, звідки $A_1N \dots$ ($\triangle A_1NO$). $\angle A_1AN = 45^\circ$. $AN = \dots$

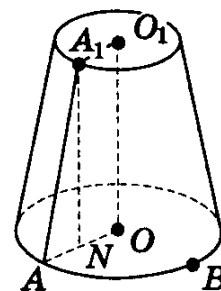


Рис. 164

Із $\triangle AA_1N$: $A_1N = \dots$

$$\begin{aligned} \text{Тоді } V &= \frac{1}{3} \pi \cdot A_1N (AO^2 + AO \cdot A_1O_1 + A_1O_1^2) = \frac{1}{3} \pi (R - r)(R^2 + R \cdot r + r^2) = \\ &= \frac{1}{3} \pi (R^2 - r^2). \end{aligned}$$

Відповідь. $\frac{1}{3} \pi (R^2 - r^2)$.

Розв'язання задачі № 19

Нехай $AO = 22$ см, $A_1O_1 = \dots$, тоді $V_k = \frac{1}{3} \dots (R^2 + r \cdot R + r^2) =$
 $= \frac{1}{3} \pi \dots (22^2 + 22 \cdot 4 + 4^2) = 196\pi H$ (рис. 164).

$$V_{\text{цил}} = \pi \cdot R_1^2 H. \text{ Тоді } 196\pi \cdot H \dots \pi R_1^2 H;$$

$$R_1^2 = 196, \text{ звідси } R_1 = \sqrt{196} = 14 \text{ (см).}$$

Відповідь. 14 см.

2. Фронтальне опитування.

- 1) Чому дорівнює об'єм циліндра? Запишіть формулу для знаходження об'єму циліндра.
- 2) Чому дорівнює об'єм конуса? Запишіть формулу для знаходження об'єму конуса.
- 3) Запишіть формулу для знаходження об'єму зрізаного конуса.

II. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу

Формул й для об'ємів тіл обертання

Із курсу алгебри і початків аналізу відомо, що об'єм тіла можна обчислити за формулою:

$$V = \int_a^b S(x) dx$$

, де $S(x)$ — площа перерізу тіла площиною, перпендикулярною до відрізка $[a; b]$. Виведемо формулу для об'єму тіла обертання.

Розглянемо криволінійну трапецію $aABb$, обмежену графіком неперервної функції $y = f(x)$ (рис. 165). Під час обертання криволінійної трапеції навколо осі Ox утвориться тіло обертання. Будь-яким перерізом тіла обертання є круг радіуса $r = f(x)$. Площа перерізу $S(x) = \pi r^2 = \pi f^2(x)$, тому об'єм тіла обертання

$$V = \int_a^b S(x) dx = \int_a^b \pi \cdot f^2(x) dx = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

знайдемо за формулою:

Отже, об'єм тіла обертання, утвореного в результаті обертання кривої $y = f(x)$, $x \in [a; b]$, дорівнює:

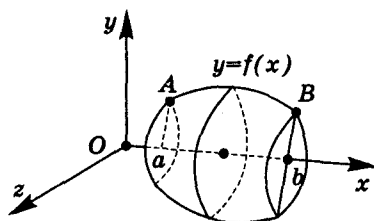


Рис. 165

Формула для об'єму кулі

Пояснення провести у відповідності до п. 77 § 8 підручника.

Розв'язування задач

1. Радіус кулі дорівнює 9 см. Знайдіть об'єм кулі. (Відповідь. 972π см³.)
2. Радіуси трьох куль дорівнюють 3, 4 і 5 см. Знайдіть радіус кулі, об'єм якої дорівнює сумі об'ємів даних куль. (Відповідь. 6 см.)
3. Відношення об'ємів двох куль дорівнює 8. У скільки раз радіус однієї кулі більший за радіус другої кулі? (Відповідь. У 2 рази.)
4. Задача № 25 (с. 120).
5. Задача № 26 (с. 120).

III. Домашнє завдання

§ 8, п. 76, 77; контрольні запитання № 3, 4; задачі № 21—24 (с. 120).

IV. Підведення підсумку уроку

Запитання до класу

- 1) Запишіть формулу для знаходження об'єму кулі.
- 2) Знайдіть об'єм кулі, діаметр якої дорівнює 12 см. (Відповідь. 288π см³.)

3) Об'єм кулі дорівнює 36π см³. Знайдіть радіус кулі. (Відповідь. 3 см.)