

**Тема уроку.** *Об'єм призми.*

**Мета уроку:** *виведення формули для об'єму призми; формування умінь знаходити об'єм призми.*

**Обладнання:** *моделі призм.*

**I. Перевірка домашнього завдання**

Перевірити правильність виконання домашніх задач № 4,12 і 15 за готовими записами (з пропусками), зробленими на дошці до початку уроку.

Розв'язання задачі № 4

Нехай,  $x$  м — довжина ребра куба,  $(x + \dots)$  м — довжина куба, ребро якого ...

на 1 м. За умовою:  $\frac{(x+1)^3}{x^3} = 125$ ;  $\frac{x+1}{x} = \dots$ ,  $x+1 = \dots$ ;  $x = \frac{1}{4}$ .

Отже, довжина ребра куба  $\frac{1}{4}$  м = ... см.

*Відповідь.* ... см.

Розв'язання задачі № 12

Нехай  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — ... паралелепіпед (рис. 149), у якого  $AB = 2\sqrt{2}$  см,  $AD = 5$  см,  $\angle BAD = \dots$

Оскільки  $AC > BD$ , то  $AC_1 > \dots$ ,  $DB_1 = 7$  см.

$V = Sh$ , де  $S$  — площа...,  $h$  — ...

$$S = AB \cdot AD \sin \angle \dots = 2\sqrt{2} \cdot 5 \sin \dots = 2\sqrt{2} \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \dots \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$\begin{aligned} \text{Із } \triangle ABD \text{ } BD &= \sqrt{AD^2 + AB^2 - 2 \cdot AD \cdot AB \cos \angle \dots} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 5^2 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 5 \cos 45^\circ} = \\ &= \sqrt{33 - 20\sqrt{2} \cdot \dots} = \sqrt{33 - 20} = \sqrt{13} \text{ (см)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Із } \triangle BOB_1 \text{ } BB_1 &= \sqrt{B_1D^2 - BD^2} = \sqrt{7^2 - \dots} = \sqrt{49 - 13} = \\ &= \sqrt{36} = \dots \text{ (см)}. \end{aligned}$$

$$V = 10 \cdot \dots = \dots \text{ (см}^3\text{)}.$$

*Відповідь.* ... см<sup>3</sup>.

Розв'язання задачі № 15

Нехай  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — ... паралелепіпед (рис. 150),  $ABCD$  — ... ;  $AB = 1$  м,  $AA_1 = 2$  м,  $\angle A_1AD = \angle \dots = 60^\circ$ .

$$V = Sh = 1^2 \cdot h = h.$$

Проведемо  $A_1O \perp (ABC)$ ,  $OM \perp AD$ ,  $ON \perp AB$ , тоді за теоремою про ... маємо:  $A_1M \perp AD$ ,  $A_1N \perp \dots$ .  $\triangle A_1AM = \triangle \dots$  (за гіпотенузою і ...), отже,  $A_1M = \dots$

Із  $\triangle A_1AM$   $AM = AA_1 \cdot \cos \angle \dots = 2 \cdot \dots = 1$  (м).  $\triangle AOM = \triangle \dots$  (за рівними катетами  $AM = AN$  і ...), тоді  $\angle OAM = \angle \dots = 45^\circ$ .

$$\text{Із } \triangle AOM \text{ } AO = \frac{AM}{\cos \angle \dots} = \frac{1}{\cos \dots} = \sqrt{2} \text{ (м)}.$$

$$\text{Із } \triangle AA_1O \text{ } A_1O = \sqrt{AA_1^2 - \dots} = \sqrt{4 - 2} = \sqrt{2} \text{ (м)}.$$

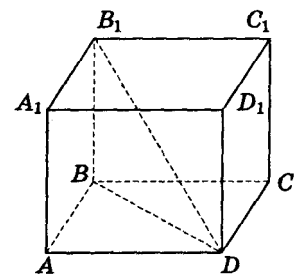


Рис. 149

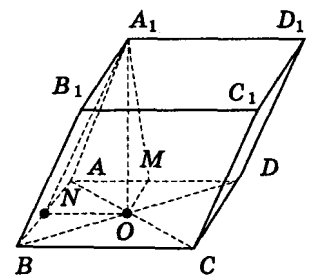


Рис. 150

$$V = \sqrt{2} \text{ м}^3.$$

Відповідь.  $\sqrt{2} \text{ м}^3$ .

### Розв'язування задач

1. В основі прямого паралелепіпеда лежить ромб із більшою діагоналлю  $d$ . Більша діагональ паралелепіпеда утворює з площиною основи кут  $\beta$ , а менша — кут  $\alpha$ . Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

Розв'язання

Нехай  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — паралелепіпед (рис. 151),  $AA_1 \perp (ABC)$ ,  $ABCD$  — ромб,  $BD > AC$ ,  $BD = d$ .

Ортогональними проєкціями діагоналей  $A_1 C$  і  $B_1 D$  на площину основи є відповідно діагоналі  $AC$  і  $BD$  ромба. Оскільки в прямокутних трикутниках  $AA_1 C$  ( $\angle A = 90^\circ$ ) і  $B_1 B D$  ( $\angle B = 90^\circ$ ) катети  $A_1 A$  і  $B_1 B$  рівні, а  $BD > AC$ , то діагональ  $B_1 D$  більша, а  $A_1 C$  — менша. Отже,  $\angle B_1 D B = \beta$ ,  $\angle A_1 C A = \alpha$ .

$$V = SH.$$

$$\text{Із } \triangle B_1 B D \quad BB_1 = H = BD \operatorname{tg} \angle D = d \operatorname{tg} \beta.$$

$$\text{Із } \triangle A_1 A C \quad AC = AA_1 \operatorname{ctg} \angle C = H \operatorname{ctg} \alpha = d \operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$\text{Тоді } S = \frac{1}{2} BD \cdot AC = \frac{1}{2} d \cdot d \operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{2} d^2 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \beta.$$

$$V = \frac{1}{2} d^2 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \beta \cdot d \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{2} d^3 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg}^2 \beta.$$

$$\text{Відповідь. } \frac{1}{2} d^3 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg}^2 \beta.$$

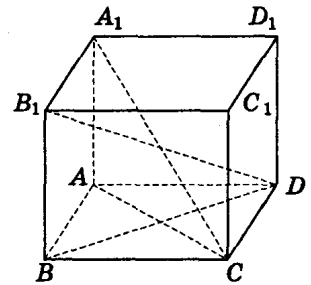


Рис. 151

2. Основа прямого паралелепіпеда — ромб зі стороною  $a$ , кут між площинами двох суміжних бічних граней дорівнює  $\varphi$  ( $\varphi < 90^\circ$ ), більша діагональ паралелепіпеда утворює з площиною основи кут  $\beta$ . Знайдіть об'єм

паралелепіпеда. (Відповідь.  $2a^3 \sin \varphi \cos \frac{\varphi}{2} \operatorname{tg} \beta$ .)

## II. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу

Доведення теореми про об'єм призми рекомендується провести згідно з п. 68 § 7 підручника.

### Розв'язування задач

1. В основі прямої призми лежить прямокутний трикутник із катетами 6 і 8 см. Висота призми дорівнює 10 см. Знайдіть об'єм призми. (Відповідь.  $240 \text{ см}^3$ .)
2. В основі прямої призми лежить трикутник, сторона якого дорівнює 12 см, а висота, проведена до неї — 5 см. Бічне ребро призми дорівнює 8 см. Знайдіть об'єм призми. (Відповідь.  $240 \text{ см}^3$ .)
3. В основі прямої призми лежить рівнобедрений трикутник, основа якого дорівнює 12 см, а висота, проведена до неї — 8 см. Знайдіть об'єм призми, якщо її висота дорівнює 10 см. (Відповідь.  $480 \text{ см}^3$ .)
4. В основі прямої призми лежить трапеція з основами 9 і 15 см і висотою 5 см. Знайдіть об'єм призми, якщо її бічне ребро дорівнює 10 см.

(Відповідь.  $600 \text{ см}^3$ .)

5. Сторона основи правильної чотирикутної призми дорівнює 5 см, а діагональ бічної грані — 13 см. Знайдіть об'єм призми. (Відповідь.  $300 \text{ см}^3$ .)
6. Задача № 19 (3) (с. 110).
7. Задача № 20 (с. 110).
8. Задача № 24 (с. 110).
9. Бічне ребро похилої трикутної призми дорівнює 6 см, дві бічні грані її взаємно перпендикулярні і мають площі  $24 \text{ см}^2$  і  $30 \text{ см}^2$ . Знайдіть об'єм призми. (Відповідь.  $60 \text{ см}^3$ .)

### III. Домашнє завдання

§ 7, п. 68; контрольні запитання № 4, 5; задачі № 19 (1, 2), 21 (с. 110).

### IV. Підведення підсумку уроку

#### Запитання до класу

- 1) Чому дорівнює об'єм довільної призми?
- 2) Запишіть формулу для знаходження об'єму призми.
- 3) Чому дорівнює об'єм похилої призми?
- 4) В основі прямої призми лежить прямокутний трикутник із гострим кутом  $\rho$  (рис. 152). Діагональ бічної грані, яка містить гіпотенузу, дорівнює  $a$  і утворює з площиною основи кут  $\alpha$ . Укажіть, які з наведених тверджень правильні, а які — неправильні:
  - а) висота призми дорівнює  $d \cos \alpha$ ;
  - б) гіпотенуза основи дорівнює  $d \cos \alpha$ ;
  - в) катет, прилеглий до кута  $\beta$ , дорівнює  $d \sin \alpha \cos \beta$ ;
  - г) площа основи дорівнює  $\frac{1}{4} d^2 \cos^2 \alpha \sin 2\beta$ ;
  - д) об'єм призми дорівнює  $\frac{1}{4} d^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha \sin 2\beta$ .

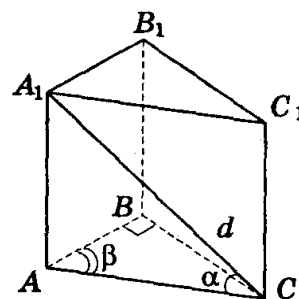


Рис. 152