УРОК № 30

Тема уроку. Вписані та описані многогранники і кулі.

Мета уроку: формування понять многогранник, вписаний в кулю; многогранник, описаний навколо кулі; застосування цих понять до розв'язування задач.

Обладнання: моделі многогранників та куль.

І. Перевірка домашнього завдання

1. Перевірити правильність виконання домашнього завдання за короткими записами розв'язання задач № 40, 41, 45.

Розв'язання задачі № 40

Нехай точка *M* — точка дотику до кулі сторони АВ трикутника *АВС* (АВ = 13 см, ВС = 14 см, АС = 15 см), ОМ = 5 см (рис. 139). $O_1M = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{\sqrt{21\cdot 8\cdot 6\cdot 7}}{21} = \frac{84}{21} = 4$ (см).

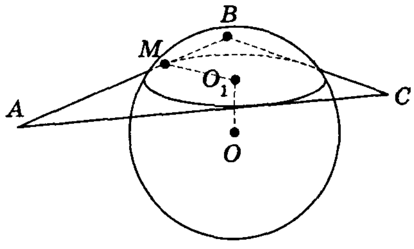

Рис. 139

Із ΔOO_1M $OO_1 = \sqrt{OM^2 - O_1M^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ (см).

Відповідь. 3 см.

Розв'язання задачі № 41

Нехай *ABCD* — ромб, АС = 20 см, *BD* = 15 см, точка *M* — точка дотику сторони *AD* до кулі з центром у точці О, ОМ = 10 см (рис. 140).

$O_1M = \frac{S_{ABCD}}{p} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 15\cdot 20}{2\sqrt{10^2 + 7{,}5^2}} = \frac{150}{2\cdot\sqrt{156{,}25}} = \frac{150}{2\cdot 12{,}5} = 6$ (см).

Із ΔMOO_1 $OO_1 = \sqrt{OM^2 - O_1M^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ (см).

Відповідь. 8 см.

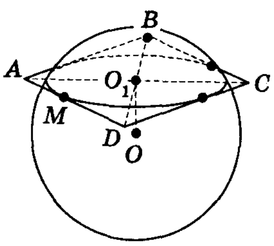

Рис. 140

Розв'язання задачі № 45

Нехай AO_1 = 25 дм, AO_2 = 29 дм, O_2O_1 =36 дм (рис. 141).

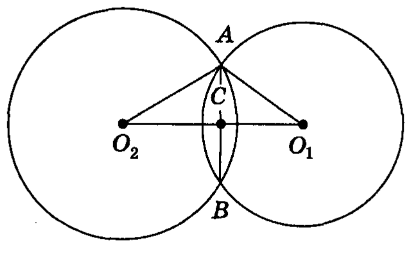

Рис. 141

$S_{AO_1O_2} = \sqrt{45\cdot 20\cdot 9\cdot 16} = 360$ (дм^2).

$S_{AO_1O_2} = \frac{1}{2}O_1O_2\cdot AC = \frac{1}{2}\cdot 36\cdot AC = 18\cdot AC = 360;$

АС = 20 (дм).

С = 2π · АС = 2π · 20 = 40π (дм) = 4π (м).

Відповідь. 4π м.

2. Математичний диктант.

Наводимо тексти двох математичних диктантів. Учитель обирає один із них, який відповідає навчальним можливостям класу.

Математичний диктант № 1

Сторони трикутника дорівнюють:

варіант 1 — 9 см, 10 см, 17 см;   варіант 2—7 см, 15 см, 20 см

і дотикаються до кулі, радіус якої дорівнює 5 см. Знайдіть:

а) площу трикутника; *(2 бали)*

б) радіус перерізу кулі; *(2 бали)*

в) площу перерізу кулі площиною трикутника; *(2 бали)*

г) відстань від центра кулі до площини трикутника; *(2 бали)*

д) площу великого круга; *(2 бали)*

е) кут між радіусом перерізу і радіусом кулі, проведених у точку дотику кулі зі стороною трикутника. *(2 бали)*

Відповідь. Варіант 1. а) 36см^2; б) 2см; в) 4π см^2; г) $\sqrt{21}$ см; д) 25π см^2; е) arccos $\frac{2}{5}$.

Варіант 2. а) 42 см^2; б) 2 см; в) 4π см^2; г) $\sqrt{21}$ см; 3 д) 25π см^2; е) arccos $\frac{2}{5}$.

Математичний диктант № 2

Відстань між центрами двох куль і радіуси цих куль відповідно дорівнюють:

варіант 1 — 4 см, 2 $\sqrt{3}$ см, 2 см;   варіант 2 — 3 см, $\sqrt{3}$ см, $\sqrt{6}$ см.

Знайдіть:

а) під яким кутом перетинаються поверхні цих куль; *(2 бали)*

б) радіус круга, по якому перетинаються ці кулі; *(2 бали)*

в) відстань від центра більшої кулі до площини перетину цих куль; *(2 бали)*

г) відстань від центра меншої кулі до площини перетину цих куль; *(2 бали)*

д) довжину лінії, по якій перетинаються сфери даних куль; *(2 бали)*

е) площу фігури, по якій перетинаються поверхні цих куль. *(2 бали)*

Відповідь. Варіант 1. а) 90°; б) $\sqrt{3}$ см; в) 3 см; г) 1 см; д) 2 $\sqrt{3}$ π см; е) 3π см^2.

Варіант 2. а) 90°; б) $\sqrt{2}$ см; в) 2 см; г) 1 см; д) 2 $\sqrt{2}$ π см; е) 2π см^2.

II. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу

Вписані та описані многогранники і кулі

Многогранник називається *вписаним в кулю,* якщо всі вершини його лежать на поверхні кулі.

При цьому куля називається описаною навколо многогранника.

Центром кулі, описаної навколо многогранника, є точка, яка рівновіддалена від усіх вершин многогранника.

Розв'язування задач

1. Доведіть, що навколо куба можна описати кулю.
2. Знайдіть радіус кулі, описаної навколо куба, діагональ якого дорівнює *d.* *(Відповідь.* $\frac{d}{2}$.)
3. Ребра прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 4 см, 6 см і 12 см. Знайдіть радіус описаної кулі. *(Відповідь. 1* см.)

4. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 4 см, сторона основи — 4 см. Знайдіть радіус описаної кулі. *(Відповідь.* 3 см.)
5. Задача № 47 (с. 99).

Многогранник називається **описаним *навколо кулі,*** якщо всі його грані дотикаються до кулі.

При цьому куля називається вписаною в даний Многогранник.

Центр кулі, вписаної в Многогранник, рівновіддалений від всіх його граней.

Розв'язування задач

1. Доведіть, що в куб можна вписати кулю.
2. Знайдіть радіус кулі, вписаної в куб, ребро якого дорівнює *а. (Відповідь.* $\frac{a}{2}$ *.)*
3. Навколо кулі радіуса г описана правильна трикутна призма. Знайдіть сторону основи призми. *(Відповідь. 2r* $\sqrt{3}$ *.)*
4. Навколо кулі радіуса г описана правильна трикутна призма. Знайдіть поверхню призми. *(Відповідь.* 18 $\sqrt{3}$ *r* .)
5. Знайдіть радіус кулі, вписаної в правильну чотирикутну піраміду, висота якої дорівнює *h*, а двогранний кут при основі дорівнює 60°. *(Відповідь.* $\frac{h}{3}$ *.)*

III. Домашнє завдання

§ 6, п. 63; контрольне запитання № 21; задачі № 46, 48 (с. 99).

IV. Підведення підсумку уроку

Запитання до класу

1) Який многогранник називається вписаним в кулю?
2) Який многогранник називається описаним навколо кулі?