

УРОК № 25

Тема уроку. Вписані та описані піраміди і конуси.

Мета уроку: формування понять піраміда, вписана в конус; площина, дотична до конуса; піраміда, описана навколо конуса, та вмінь знаходити невідомі елементи конусів.

Обладнання: моделі пірамід та конусів.

I. Перевірка домашнього завдання

1. Перевірити наявність виконаного домашнього завдання та відповіді на запитання, які виникли в учнів під час розв'язування задач.
2. Математичний диктант.

Через дві твірні конуса проведено площину. Довжина хорди АВ дорівнює 10 см. Твірна і висота конуса відповідно дорівнюють:

варіант 1 — 13 см і 5 см (рис. 130);

варіант 2 — 17 см і 15 см (рис. 131).

Знайдіть:

- а) радіус основи конуса; (2 бали)
- б) площу осьового перерізу; (2 бали)
- в) відстань від центра основи до хорди АВ; (2 бали)
- г) висоту SC перерізу конуса; (2 бали)
- д) площу перерізу конуса; (2 бали)
- е) кут між твірними SA і SB. (2 бали)

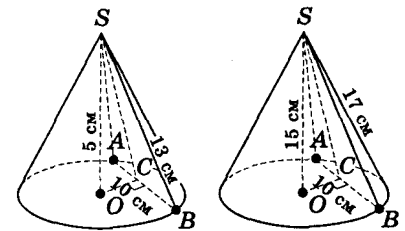


Рис. 130

Рис. 131

Відповідь.

Варіант 1. а) 12 см; б) 60 см^2 ; в) $\sqrt{119}$ см; г) 12 см; д) 60 см^2 ; е) $\arcsin \frac{120}{169}$.

Варіант 2. а) 8 см; б) 120 см^2 ; в) $\sqrt{39}$ см; г) $2\sqrt{66}$ см; д) $10\sqrt{66} \text{ см}^2$; е) $\arcsin \frac{20\sqrt{66}}{289}$.

II. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу

Піраміда, вписана в конус

Пірамідою, вписаною в конус, називається така піраміда, основою якої є многокутник, вписаний у коло основи конуса, а його вершина є вершиною конуса (рис. 132).

Конус в цьому випадку називається описаним навколо піраміди. Бічні ребра піраміди, вписаної в конус, є твірними конуса.

Розв'язування задач

1. У конус вписано правильну чотирикутну піраміду. Висота і радіус конуса відповідно дорівнюють 1 і $2\sqrt{2}$ см. Знайдіть:

- а) бічне ребро піраміди;
- б) сторону основи піраміди;
- в) апофему піраміди;
- г) площу основи піраміди;

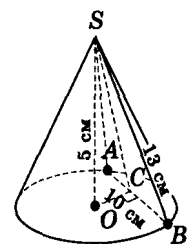


Рис. 132

д) площу бічної поверхні піраміди.

(Відповідь, а) 3 см; б) 4 см; в) $\sqrt{5}$ см; г) 16 см^2 ; д) $8\sqrt{5} \text{ см}^2$.)

2. У конус, радіус основи якого дорівнює R , вписано правильну трикутну піраміду. Бічне ребро піраміди утворює з площиною основи кут α . Знайдіть:
- висоту піраміди;
 - сторону основи піраміди;
 - твірну конуса;
 - площу осьового перерізу конуса;
 - площу основи піраміди.

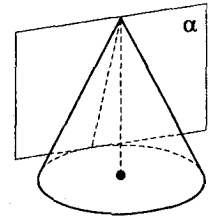


Рис. 133

(Відповідь, а) $R \cdot \operatorname{tg} \alpha$; б) $R \sqrt{3}$; в) $\frac{R}{\cos \alpha}$; г) $R^2 \operatorname{tg} \alpha$; д) $\frac{3\sqrt{3}R^2}{4}$.)

3. Задача № 25 (с. 97).

Піраміда, описана навколо конуса

Площиною, дотичною до конуса, називається площина, яка проходить через твірну конуса і перпендикулярна до площини осьового перерізу, проведеного через цю твірну (рис. 133).

Пірамідою, описаною навколо конуса, називається піраміда, в основі якої лежить багатокутник, описаний навколо основи конуса, а вершина збігається з вершиною конуса (рис. 134).

При цьому конус називається вписаним у піраміду. Площини бічних граней описаної піраміди є дотичними площинами до конуса.

Розв'язування задач

1. Бічне ребро правильної трикутної піраміди і сторона основи відповідно дорівнюють 5 і 6 см. У дану піраміду вписано конус. Знайдіть:

- твірну конуса; б) радіус основи конуса;
- висоту конуса; г) площу бічної поверхні піраміди
- площу осьового перерізу конуса.

(Відповідь, а) 4 см; б) $\sqrt{3}$ см; в) $\sqrt{13}$ см; г) 36 см^2 ; д) $\sqrt{39} \text{ см}^2$.)

2. Бічне ребро правильної чотирикутної піраміди, описаної навколо конуса, дорівнює l , а плоский кут при вершині піраміди — 2α . Знайдіть:

- твірну конуса; б) сторону основи піраміди; в) радіус основи конуса;
- висоту конуса; д) площу бічної поверхні піраміди.

(Відповідь, а) $l \cos \alpha$; б) $2l \sin \alpha$; в) $l \sin \alpha$; г) $l \sqrt{\cos 2\alpha}$; д) $2l^2 \sin 2\alpha$.)

III. Домашнє завдання

Підготуватися до тематичного оцінювання та розв'язати задачі № 16, 23 (с. 96—97).

IV. Підведення підсумку уроку

Запитання до класу

- 1) Яким умовам повинна задовольняти піраміда, щоб: а) навколо неї можна було описати конус; б) в неї можна було вписати конус?

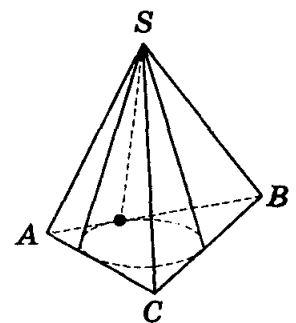


Рис. 134

- 2) Чи правильно, що вершина конуса, вписаного в піраміду, однаково віддалена від сторін основи піраміди?
- 3) Чи завжди висота конуса, вписаного в піраміду, є і висотою піраміди?
- 4) У конус вписано трикутну піраміду, в основі якої лежить прямокутний трикутник. Доведіть, що висота конуса є висотою більшої бічної грані піраміди.