

УРОК № 23

Тема уроку. Конус. Осьовий переріз конуса.

Мета уроку: формування понять конус, основа конуса, вершина конуса, твірна конуса, висота конуса, прямий конус, вісь конуса, осьовий переріз конуса.

Обладнання: моделі конусів.

I. Перевірка домашнього завдання

1. Перевірити правильність виконання домашньої задачі за записами на дошці, зробленими до початку уроку.

Розв'язання домашньої задачі

Нехай у циліндрі (рис. 119) OO_1 — вісь; $(ABC) \parallel OO_1$; $O_1K \perp AB$; $O_1K = d$; $\angle AOB = \varphi$; $\angle OAO_1 = \alpha$.

$S_{\text{пер}} = S_{\text{ABCD}} = AB \cdot AD$. $\triangle OAD$ — рівнобедрений; OK — медіана і бісектриса,

отже, $\angle AOK = \angle KOD = \frac{\varphi}{2}$.

Із $\triangle AOK$ $AK = OK \operatorname{tg} \angle BOK = OK \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$;

$$AO = \frac{OK}{\cos \angle BOK} = \frac{OK}{\cos \frac{\varphi}{2}}.$$

Із $\triangle OO_1A$ $AO_1 = AO \cos \angle OAO_1 = \frac{OK}{\cos \frac{\varphi}{2}} \cos \alpha$;

$$OO_1 = AO \sin \angle OAO_1 = \frac{OK}{\cos \frac{\varphi}{2}} \sin \alpha.$$

Із $\triangle AO_1K$ $AO_1^2 = AK^2 + KO_1^2$;

$$\frac{OK^2}{\cos^2 \frac{\varphi}{2}} \cos^2 \alpha = OK^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2} + d^2.$$

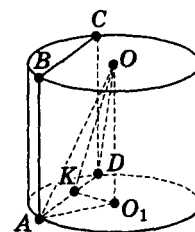


Рис. 119

$$OK^2 \left(\frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \frac{\varphi}{2}} - \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2} \right) = d^2; \quad OK^2 \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{\cos^2 \frac{\varphi}{2}} = d^2;$$

$$OK^2 = \frac{d^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2}}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \frac{\varphi}{2}}; \quad S_{\text{неп}} = \frac{OK}{\cos \frac{\varphi}{2}} \sin \alpha \cdot 2AK =$$

$$\frac{OK}{\cos \frac{\varphi}{2}} \sin \alpha \cdot 2OK \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{2OK^2 \sin \alpha \sin \frac{\varphi}{2}}{\cos^2 \frac{\varphi}{2}} =$$

$$= \frac{2d^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} \sin \alpha \sin \frac{\varphi}{2}}{\cos^2 \frac{\varphi}{2} \left(\cos^2 \alpha - \sin^2 \frac{\varphi}{2} \right)} = \frac{2d^2 \sin \alpha \sin \frac{\varphi}{2}}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \frac{\varphi}{2}}.$$

Відповідь. $\frac{2d^2 \sin \alpha \sin \frac{\varphi}{2}}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \frac{\varphi}{2}}.$

2. Математичний диктант.

Наводимо два математичні диктанти. Учитель обирає один із них, який відповідає навчальним можливостям класу.

Математичний диктант № 1

Правильна трикутна призма, діагональ бічної грані якої дорівнює l і утворює кут α з:

варіант 1 — стороною основи (рис. 120);

варіант 2 — бічною стороною (рис. 121),

вписана в циліндр.

Знайдіть:

- сторону основи; (2 бали)
- твірну циліндра; (2 бали)
- радіус основи циліндра; (2 бали)
- площу осьового перерізу циліндра; (2 бали)
- площу бічної поверхні призми; (2 бали)
- площу основи циліндра. (2 бали)

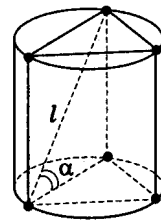


Рис. 120

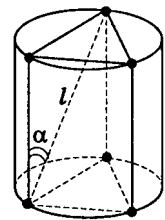


Рис. 121

Відповідь.

Варіант 1. а) $l \cdot \cos \alpha$; б) $l \cdot \sin \alpha$; в) $\frac{\sqrt{3}l \cdot \cos \alpha}{3}$; г) $\frac{\sqrt{3}l^2 \cdot \sin 2\alpha}{3}$; д) $\frac{3}{2} l^2 \sin 2\alpha$; е)

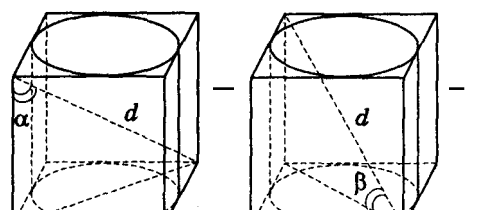
$$\frac{\pi l^2 \cos^2 \alpha}{3}$$

Варіант 2. а) $l \cdot \sin \alpha$; б) $l \cdot \cos \alpha$; в) $\frac{\sqrt{3}l \cdot \sin \alpha}{3}$; г) $\frac{\sqrt{3}l^2 \cdot \sin 2\alpha}{3}$; д) $\frac{3}{2} l^2 \sin 2\alpha$; е) $\frac{\pi l^2 \cdot \sin^2 \alpha}{3}$.

Математичний диктант № 2

У правильну чотирикутну призму, діагональ якої дорівнює a і утворює кут:

варіант 1 — аз бічним ребром (рис. 122);



варіант 2 — р з основою призми (рис. 123),
вписано циліндр.

Знайдіть:

- а) висоту циліндра; (2 бали)
- б) діагональ основи призми; (2 бали)
- в) радіус циліндра; (2 бали)
- г) площу основи циліндра; (2 бали)
- д) площу діагонального перерізу призми; (2 бали)
- е) площу осьового перерізу циліндра. (2 бали)

Відповідь. Варіант 1. а) $d \cos \alpha$; б) $d \sin \alpha$; в) $\frac{\sqrt{2}}{2} d \sin \alpha$;

г) $\frac{\pi d^2 \sin^2 \alpha}{2}$; д) $\frac{1}{2} d^2 \sin 2\alpha$; е) $\frac{\sqrt{2}}{2} d^2 \sin 2\alpha$.

Варіант 2. а) $d \sin \beta$; б) $d \cos \beta$; в) $\frac{\sqrt{2}}{2} d \cos \beta$;

г) $\frac{\pi d^2 \cos^2 \beta}{2}$; д) $\frac{1}{2} d^2 \sin 2\beta$; е) $\frac{\sqrt{2}}{2} d^2 \sin 2\beta$.

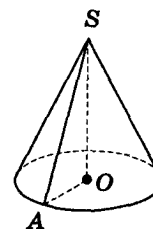


Рис. 124

II. Аналіз самостійної роботи, проведеної на попередньому уроці

III. Сприйняття й усвідомлення нового матеріалу

Пояснення матеріалу можна провести так, як це зроблено в п. 55 § 6 підручника, а можна іншим способом.

Прямим круговим конусом називається тіло, утворене обертанням плоского прямокутного трикутника навколо одного із його катетів (рис. 124).

Якщо прямокутний трикутник SAO обертається навколо катета SO, то його гіпотенуза описує бічну поверхню, а катет OA — круг — основу конуса. Радіус цього круга називається **радіусом конуса**; точка S, відрізок SA, відрізок SO, пряма SO називаються відповідно **вершиною, твірною, висотою і віссю** конуса.

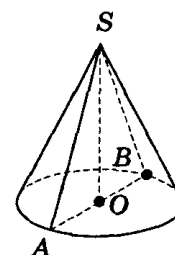


Рис. 125

Осьовий переріз конуса — переріз конуса площиною, яка проходить через його вісь. Всі осьові перерізи конуса являють собою рівнобедрені трикутники, рівні між собою. На рис. 125 $\triangle SAB$ — осьовий переріз ($SA = SB$). Висотою конуса називається перпендикуляр, опущений з його вершини на площину основи. У прямого кругового конуса основа висоти збігається з центром основи. На рис. 125 S_0O — висота конуса.

Виконання вправ

1. Наведіть приклади побутових предметів, які мають форму конуса.
2. Радіус основи конуса дорівнює 6 см, висота — 8 см. Знайдіть твірну конуса. (Відповідь. 10 см.)
3. Твірна конуса дорівнює l і нахилена до площини основи під кутом α . Знайдіть:

- а) висоту конуса;
- б) радіус основи конуса;
- в) площу основи;
- г) площу осьового перерізу;
- д) відстань від центра основи конуса до твірної.

- (Відповідь. а) $l \cdot \sin \alpha$; б) $l \cdot \cos \alpha$; в) $\pi l^2 \cos^2 \alpha$; г) $\frac{1}{2} l^2 \cdot \sin 2\alpha$; д) $\frac{1}{2} l \cdot \sin 2\alpha$.)
4. Радіус основи конуса дорівнює 28 см, а твірна довша висоти на 8 см. Знайдіть площу осьового перерізу конуса. (Відповідь. 1260 см².)
5. Відношення площі основи конуса до площі осьового перерізу дорівнює π . Знайдіть кут нахилу твірної до основи. (Відповідь. 45°.)

IV. Домашнє завдання

§ 6, п. 55; контрольні запитання № 6—8; задачі № 9—11 (с. 96).

V. Підведення підсумку уроку

Запитання до класу

- 1) Дайте означення прямого кругового конуса.
- 2) Що таке вершина конуса, твірна конуса, основа конуса, бічна поверхня конуса, висота конуса, вісь конуса, осьовий переріз конуса?
- 3) Що є осьовим перерізом конуса?
- 4) Твірна конуса дорівнює l і утворює з висотою кут α (рис. 126). Укажіть, які з наведених тверджень правильні, а які — неправильні:
 - а) висота конуса дорівнює $l \cdot \cos \alpha$;
 - б) $OA = l \operatorname{tg} \alpha$;
 - в) площа основи дорівнює $\pi l^2 \cdot \sin^2 \alpha$;

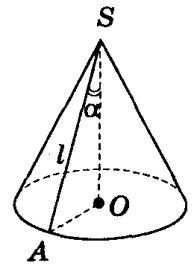


Рис. 126

- г) площа осьового перерізу конуса дорівнює $\frac{1}{2} l \sin 2\alpha$;
- д) відстань від центра основи конуса до твірної дорівнює $\frac{1}{2} l \sin 2\alpha$.