

УРОК № 21

Тема уроку. Вписані та описані призми і циліндри.

Мета уроку: формування понять вписана призма, дотична площина до циліндра, описана призма.

Обладнання: моделі призм та циліндрів.

I. Перевірка домашнього завдання

1. Перевірити наявність виконаних домашніх завдань та відповіді на запитання, які виникли в учнів при розв'язуванні задач № 3—5.
2. Математичний диктант.

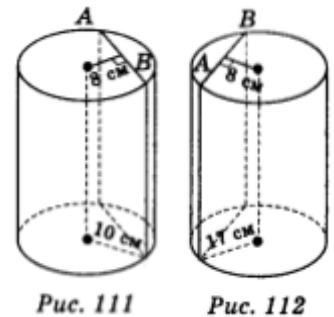
Наводимо два математичні диктанти. Учитель обирає один із них, який відповідає навчальним можливостям класу.

Математичний диктант № 1

У циліндрі проведено переріз площиною, паралельною до осі циліндра. Відстань від осі циліндра до перерізу дорівнює 8 см. Радіус циліндра дорівнює:
варіант 1 — 10 см (рис. 111);
варіант 2 — 17 см (рис. 112).

Знайдіть:

- а) довжину хорди АВ; (2 бали)
- б) діагональ перерізу циліндра, якщо відомо, що даний переріз — квадрат; (2 бали)
- в) площу перерізу, якщо відомо, що даний переріз — квадрат; (2 бали)
- г) площу осьового перерізу; (2 бали)
- д) площу перерізу, паралельного площині основи; (2 бали)
- е) кут нахилу діагоналі перерізу до площини основи, якщо висота циліндра дорівнює 2 см. (2 бали)



Відповідь.

Варіант 1. а) 12 см; б) $12\sqrt{2}$ см; в) 144 см^2 ; г) 240 см^2 ; д) $100\pi\text{ см}^2$; е) $\arctg\frac{1}{6}$.

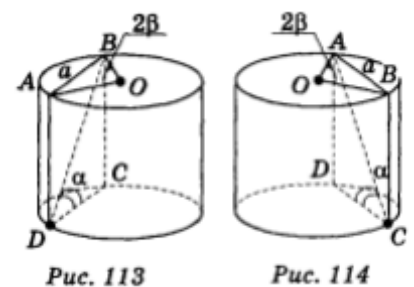
Варіант 2. а) 30 см; б) $30\sqrt{2}$ см; в) 900 см^2 ; г) 1020 см^2 ; д) $289\pi\text{ см}^2$; е) $\arctg\frac{1}{15}$.

Математичний диктант № 2

У циліндрі проведено, паралельно осі циліндра, площину, яка відтинає від кола дугу 2β . Січна площина перетинає основу по хорді, яка дорівнює a . Діагональ утвореного перерізу утворює кут α :

варіант 1 — площиною основи (рис. 113);
варіант 2 — твірною циліндра (рис. 114). Знайдіть:

- а) радіус основи циліндра; (2 бали)
- б) площу основи циліндра; (2 бали)
- в) висоту циліндра; (2 бали)
- г) діагональ осьового перерізу; (2 бали)
- д) площу перерізу; (2 бали)
- е) кут нахилу діагоналі перерізу до площини основи. (2 бали)



Відповідь. Варіант 1. а) $\frac{a}{2 \sin \beta}$; б) $\frac{\pi a^2}{4 \sin^2 \beta}$; в) $a \cdot \operatorname{tg} \alpha$; г) $\frac{a}{\cos \alpha}$; д) $\frac{a^2 \operatorname{tg} \alpha}{\sin \beta}$; е) α .

Варіант 2. а) $\frac{a}{2 \sin \beta}$; б) $\frac{\pi a^2}{4 \sin^2 \beta}$; в) $a \cdot \operatorname{ctg} \alpha$; г) $\frac{a}{\sin \alpha}$; д) $\frac{a^2 \operatorname{ctg} \alpha}{\sin \beta}$; е) $\frac{\pi}{2} - \alpha$

II. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу

Призма, вписана в циліндр

Призмою, вписаною в циліндр, називається така призма, у якій площинами основ є площини основ циліндра, а бічними ребрами — твірні циліндра (рис. 115).

У цьому випадку циліндр називається описаним навколо призми.

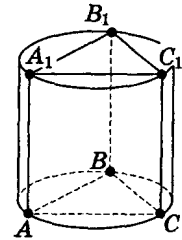


Рис. 115

Розв'язування задач

1. Яким умовам повинна задовольняти призма, щоб навколо неї можна було описати циліндр?
2. У циліндр вписано чотирикутну призму. Доведіть, що сума протилежних двогранних кутів при її бічних ребрах дорівнює 180° .
3. У рівносторонній циліндр радіуса R вписана правильна трикутна призма. Знайдіть площу перерізу призми, проведеного через вісь циліндра і бічне ребро призми. (Відповідь. $3R^2$.)
4. У рівносторонньому циліндрі діагональ осевого перерізу дорівнює d . Знайдіть площу найменшого діагонального перерізу правильної шестикутної

призми, вписаної в циліндр. (Відповідь. $\frac{d^2 \sqrt{3}}{4}$.)

Призма, описана навколо циліндра

Площиною, дотичною до циліндра, називається площина, яка проходить через твірну циліндра і перпендикулярна до площини осевого перерізу, що містить цю твірну (рис. 116).

Призмою, описаною навколо циліндра, називається призма, у якій площинами основ є площини основ циліндра, а бічні грані дотикаються до циліндра (рис. 117).

При цьому циліндр називається вписаним в призму.

Розв'язування задач

1. Яким умовам повинна задовольняти призма, щоб в неї можна було вписати циліндр?
2. Доведіть, що вісь циліндра, вписаного в призму, однаково віддалена від всіх її бічних граней.
3. Суми площ протилежних бічних граней прямої чотирикутної призми рівні. Доведіть, що в цю призму можна вписати циліндр.
4. Навколо рівностороннього циліндра радіуса r описано правильну трикутну призму. Знайдіть площу її грані. (Відповідь. $4r^2 \sqrt{3}$.)
5. Навколо рівностороннього циліндра радіуса r описано правильну чотирикутну призму. Знайдіть площу її грані. (Відповідь. $4r^2$.)

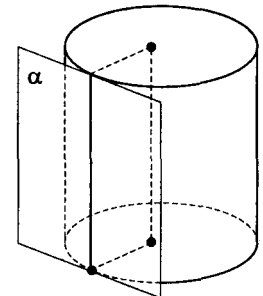


Рис. 116

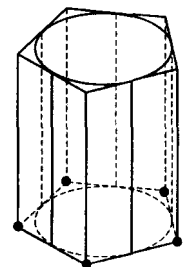


Рис. 117

III. Домашнє завдання

§ 6, п. 54; контрольне запитання № 5; задачі № 7, 8 (с. 96).

IV. Підведення підсумку уроку Запитання до класу

1) У циліндр вписано правильну шестикутну призму. Радіус циліндра R , висота циліндра H (рис. 118). Укажіть, які з наведених тверджень правильні, а які — неправильні:

а) всі бічні ребра призми збігаються з твірними циліндра;

б) кожна бічна грань призми є перерізом циліндра площиною, яка паралельна осі;

в) площа бічної поверхні призми дорівнює $6RH$;

г) площа осьового перерізу циліндра менша від площі найбільшого діагонального перерізу призми.

2) У куб вписано циліндр радіуса R . Укажіть, які з наведених тверджень правильні, а які — неправильні:

а) висота циліндра дорівнює $2R$;

б) площа осьового перерізу циліндра дорівнює $4R^2 \sqrt{2}$;

в) площа діагонального перерізу куба дорівнює $4R^2$;

г) площа повної поверхні куба дорівнює $24R^2$.

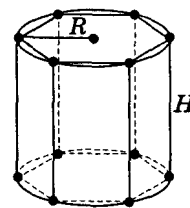


Рис. 118