

УРОК № 20

Тема уроку. Перерізи циліндра площинами.

Мета уроку: ознайомлення учнів з основними перерізами циліндра (переріз, паралельний до осі циліндра; переріз, перпендикулярний до осі циліндра).

Обладнання: моделі циліндрів.

I. Перевірка домашнього завдання

1. Перевірити наявність виконаних домашніх завдань та відповіді на запитання, які виникли в учнів під час розв'язування задач № 1, 2.
2. Математичний диктант.

Наводимо два математичні диктанти. Учитель обирає один із них, який відповідає навчальним можливостям класу.

Математичний диктант № 1

У циліндрі радіус основи і висота відповідно дорівнюють:

варіант 1 — 6 см і 5 см (рис. 105);

варіант 2 — 4 см і 15 см (рис. 106).

Знайдіть:

- а) діаметр основи циліндра; (2 бали)
- б) діагональ осьового перерізу циліндра; (2 бали)
- в) кут нахилу діагоналі осьового перерізу до площини основи; (2 бали)
- г) площу основи циліндра; (2 бали)
- д) площу осьового перерізу; (2 бали)
- е) довжину кола основи циліндра. (2 бали)

Відповідь.

Варіант 1. а) 12 см; б) 13 см; в) $\arctg \frac{5}{12}$; г) $36\pi \text{ см}^2$; д) 60 см^2 ; е) $12\pi \text{ см}$.

Варіант 2. а) 8 см; б) 17 см; в) $\arctg \frac{15}{8}$; г) $16\pi \text{ см}^2$; д) 120 см^2 ; е) $8\pi \text{ см}$.

Математичний диктант № 2

Діагональ осьового перерізу циліндра дорівнює l і утворює з:

варіант 1 — твірною кут β (рис. 107);

варіант 2 — площиною основи кут α (рис. 108).

Знайдіть:

- а) радіус циліндра; (2 бали)
- б) висоту циліндра; (2 бали)
- в) площу основи циліндра; (2 бали)
- г) площу осьового перерізу циліндра; (2 бали)
- д) відстань від центра основи до діагоналі осьового перерізу; (2 бали)
- е) довжину кола основи циліндра. (2 бали)

Відповідь.

Варіант 1. а) $\frac{1}{2} l \sin \beta$; б) $l \cos \beta$; в) $\frac{\pi}{4} l^2 \sin^2 \beta$; г) $\frac{1}{2} l^2 \sin 2\beta$; д) $\frac{1}{4} l \sin 2\beta$; е) $\pi l \sin \beta$.

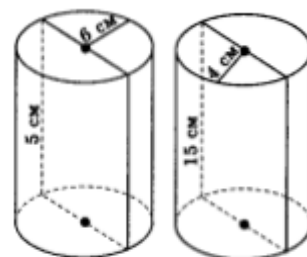


Рис. 105

Рис. 106

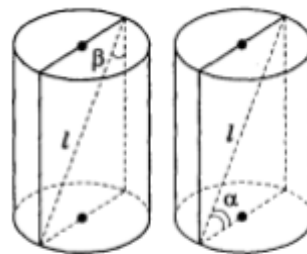


Рис. 107

Рис. 108

Варіант 2. а) $\frac{1}{2} l \cos \alpha$; б) $l \sin \alpha$; в) $\frac{\pi}{4} l^2 \cos^2 \alpha$; г) $\frac{1}{2} l^2 \sin 2\alpha$; д) $\frac{1}{4} l \sin 2\alpha$; е) $\pi l \cos \alpha$.

II. Сприйняття й усвідомлення нового матеріалу

Теорема

Переріз циліндра площиною, паралельною його осі, є прямокутник (рис. 109).

Доведення

Дійсно, січна площина перетинає бічну поверхню циліндра по твірних AB і CD , які рівні і паралельні, крім того, $AB \perp AD$, $CD \perp AD$. Отже, чотирикутник $ABCD$ — прямокутник.

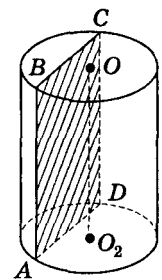


Рис. 109

Теорема

Переріз циліндра площиною, паралельною основам циліндра, є круг, який дорівнює основі (рис. 110).

Доведення

Дійсно, січна площина перетинає циліндр по колу, бо, якщо виконати паралельне перенесення уздовж осі циліндра, яке суміщає січну площину з площиною основи циліндра, то переріз суміститься з кругом

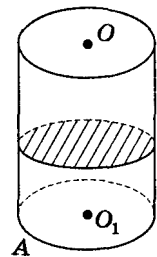


Рис. 110

Розв'язування задач

- Висота циліндра 6 см, радіус основи 5 см. Знайдіть периметр перерізу, проведеного паралельно осі циліндра на відстані 4 см від неї.
(Відповідь. 24 см.)
- Висота циліндра дорівнює 10 см. Площа перерізу циліндра площиною, паралельною осі циліндра і віддаленою на 9 см від неї, дорівнює 240 см². Знайдіть радіус циліндра. (Відповідь. 15 см.)
- У циліндрі проведено паралельно осі площину, яка відтинає від кола основи хорду, яку видно з центра цієї основи під кутом 120°. Висота циліндра дорівнює 10 см. Знайдіть площу перерізу, якщо січна площина віддалена від осі на 2 см. (Відповідь. $40\sqrt{3}$ см².)

Знаходження елементів циліндра

Розв'язування задач

- Радіус циліндра дорівнює R , висота H , площа перерізу, паралельного осі, дорівнює S . На якій відстані від осі знаходиться площина перерізу?

$$\frac{\sqrt{4H^2R^2 - S^2}}{2H}$$

(Відповідь. $\frac{\sqrt{4H^2R^2 - S^2}}{2H}$.)

- Висота циліндра H , радіус основи R . Кінці даного відрізка лежать на колах двох основ, довжина відрізка дорівнює l . Знайдіть відстань від відрізка до осі

циліндра. (Відповідь. $\frac{1}{2}\sqrt{4R^2 - l^2 + H^2}$.)

- Задача № 6 (с. 95).

- У циліндрі з основою радіуса R паралельно до його осі проведено площину, яка перетинає нижню основу по хорді, яку видно із центра цієї основи під

кутом 2α . Відрізок, який з'єднує центр верхньої основи циліндра з точкою кола нижньої основи, утворює з площиною основи кут β . Знайдіть площу перерізу. (Відповідь. $2R^2 \sin \alpha \operatorname{tg} \beta$.)

III. Домашнє завдання

§ 6, п. 53; контрольні запитання № 3, 4; задачі № 3—5 (с. 95).

IV. Підведення підсумку уроку

Запитання до класу

1) Що є перерізом циліндра площиною, яка:

- а) паралельна основам циліндра;
- б) паралельна осі циліндра?

2) Заповніть пропуски.

- а) Переріз циліндра площиною, яка перпендикулярна до основи, є..., дві сторони якого — ..., а дві інші — ...
- б) Переріз циліндра площиною, яка проходить через його вісь, називається...
- в) Переріз циліндра площиною, перпендикулярною до його осі, є..., що дорівнює основі.
- г) Площина, паралельна площині основи циліндра, перетинає його бічну поверхню по..., що дорівнює...

(Відповідь, а) ...прямокутник... твірні циліндра... паралельні хорди основ;
б) ...осьовим перерізом; в) круг; г) ...колу... колу основи.)