

Тема уроку. Пряма і правильна призми. Площі бічної і повної поверхні призми.

Мета уроку: формування понять пряма, похила і правильна призми; вивчення теореми про бічну поверхню прямої призми.

Обладнання: моделі призми, схема «Види призм».

I. Перевірка домашнього завдання

1. Один учень відтворює на дошці розв'язування задачі № 10, решта відповідає на питання, а потім пише математичний диктант.
2. Фронтальне опитування.
 - 1) Що таке переріз призми січною площиною?
 - 2) Якою фігурою є переріз призми площиною, паралельною бічним ребрам? Чому?
 - 3) Що таке діагональний переріз призми?
 - 4) Якою фігурою є діагональний переріз призми? Чому?
 - 5) Якою фігурою є переріз призми площиною, яка паралельна основам? Чому?
3. Математичний диктант.

Побудуйте схематичне зображення чотирикутної призми, в якій бічні ребра перпендикулярні до основи й дорівнюють 10 см, а в основі лежить:

варіант 1 — прямокутник зі сторонами 6 см і 8 см;

варіант 2 — ромб з діагоналями 6 см і 8 см. (2 бали)

- 1) Знайдіть площі діагональних перерізів побудованої призми. (2 бали)
- 2) Побудуйте переріз, який проходить через сторону нижньої основи і протилежну сторону верхньої основи. (2 бали)
- 3) Якою фігурою є побудований переріз? (2 бали)
- 4) Чому дорівнюють сусідні сторони перерізів? (2 бали)
- 5) Знайдіть площу одержаного перерізу. (2 бали)

Відповідь. Варіант 1. Рис. 41; 1) 100 см^2 і 100 см^2 ; 2) рис. 41; 3) прямокутник; 4)

8 см і $2\sqrt{34}$ см або 6 см і $2\sqrt{41}$ см; 5) $16\sqrt{34} \text{ см}^2$ або $12\sqrt{41} \text{ см}^2$.

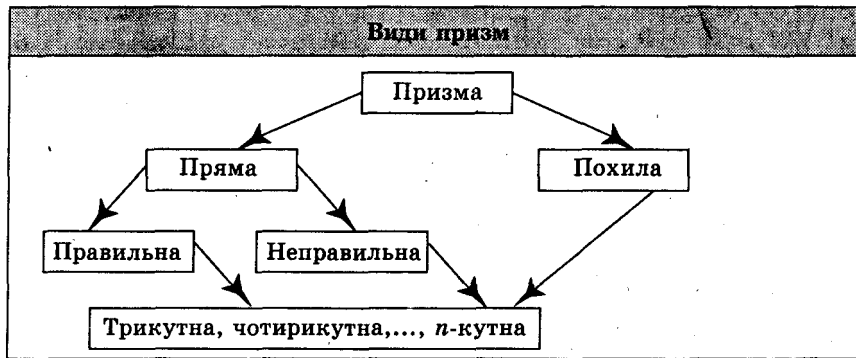
Варіант 2. Рис. 41; 1) 60 см^2 і 80 см^2 ; 2) рис. 41; 3) паралелограм; 4) 5 см і $5\sqrt{5}$ см; 5) $25\sqrt{5} \text{ см}^2$.

4. Заслухати учня, який відтворював розв'язання задачі № 10 та відповіді на запитання, які виникли в учнів.

II. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу

Види призм

У стереометрії розглядають прямі і похилі призми (див. схему).



Призма називається **прямою**, якщо її бічні ребра перпендикулярні до основи.

Інші призми називаються **похилими**. Демонструються моделі прямих і похилих призм.

Пряма призма називається **правильною**, якщо в її основі лежить правильний багатокутник. Демонструються моделі правильних призм.

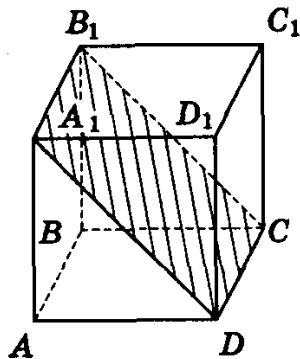


Рис. 41

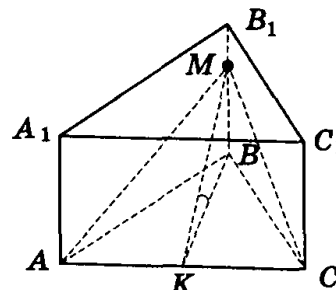


Рис. 42

Розв'язування задач

1. Якою фігурою є бічні грані прямої призми?
2. Доведіть, що якщо одне бічне ребро призми перпендикулярне до основи призми, то призма є прямою.
3. Доведіть, що в прямій призмі бічне ребро перпендикулярне до діагоналей основи.
4. Якою фігурою є діагональний переріз прямої призми?
5. Доведіть, що якщо в призмі дві сусідні бічні грані перпендикулярні до площини основи, то призма пряма.
6. Доведіть, що у правильній призмі бічні грані рівні між собою.
7. Основою трикутної призми є рівносторонній трикутник. Одна із бічних граней є прямокутником, який перпендикулярний до основи. Чи буде ця призма прямою? (Відповідь. Так.)
8. Задача № 17 (с. 78).
9. Задача № 15 (с. 77).

Якщо дозволяє час, можна показати учням два способи розв'язання цієї задачі.

Розв'язання

І спосіб

Нехай x — шуканий кут, a — сторона основи призми, S — площа основи, $S_{\text{пер}}$ — площа перерізу. Оскільки переріз проектується на основу, то $S = S_{\text{пер}} \cos x$,

звідси $\cos x = \frac{S}{S_{\text{пер}}}$. Оскільки $\triangle AMC$ (рис. 42) рівнобедрений, то, провівши

$BK \perp AC$, маємо: $AK = KC = \frac{a}{2}$, $\angle AMK = \angle KMC = \frac{\alpha}{2}$.

Із $\triangle AMK$ $MK = AK \operatorname{ctg} \angle AMK = \frac{a}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$. Тоді $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$,

$$S_{\text{пер}} = \frac{1}{2} AC \cdot MK = \frac{1}{2} a \frac{a}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{a^2}{4} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}.$$

$$\cos x = \frac{\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}}{\frac{a^2 \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}} = \sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \quad x = \arccos \left(\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)$$

Отже.

$$\arccos \left(\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right).$$

Відповідь.

II спосіб

Провівши $KB \perp AC$, маємо $AK = KC$, $\angle AMK = \angle KMC = \frac{\alpha}{2}$. Нехай $AC = a$.

Із $\triangle AMK$ $MK = AK \operatorname{ctg} \angle AMK = \frac{a}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$.

Із $\triangle ABK$ $KB = AB \sin \angle BAK = a \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\cos x = \frac{KB}{MK} = \frac{a\sqrt{3}}{2} : \frac{a \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}} = \sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

Із $\triangle KMB$

$$x = \arccos \left(\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)$$

Тоді

$$\arccos \left(\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right).$$

Відповідь.

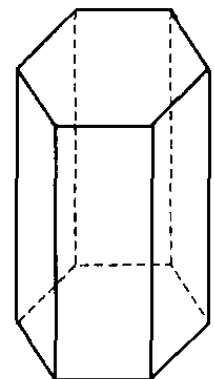


Рис. 43

10. Задача № 14* (с. 77).

11. Задача № 12* (с. 77).

Поняття бічної і повної поверхні призми, теореми про бічну поверхню прямої призми.

Площею бічної поверхні (бічною поверхнею) призми називається сума площ бічних граней. Повна поверхня призми дорівнює сумі бічної поверхні і площ основ: $S_{\text{пр}} = S_{\text{біч}} + 2S_{\text{осн}}$

Розв'язування задач

1. Основа прямої призми — прямокутний трикутник з катетами 3 і 4 см, висота

- призми 5 см. Знайдіть площу повної поверхні призми. (Відповідь. 72 см².)
- Задача № 20 (с. 78).
 - У похилій трикутній призмі відстані між бічними ребрами дорівнюють 5, 12, 9 см. Знайти бічне ребро призми, якщо бічна поверхня її дорівнює 260 см². (Відповідь. 10 см.)

Далі учні самостійно знайомляться з теоремою 5.1 про бічну поверхню прямої призми в п. 42 § 5 підручника.

Далі можна розв'язати фронтально задачу № 24 (1; 3) (с. 78).

III. Домашнє завдання

§ 5, п. 42; контрольні запитання № 15—18; задачі № 13, 21, 24 (2) (с. 77—78).

IV. Підведення підсумку уроку

Запитання до класу

- 1) Дайте означення прямої (похилої) призми.
- 2) Дайте означення правильної призми.
- 3) Перелічіть властивості прямої призми.
- 4) Перелічіть властивості правильної призми.
- 5) Що таке бічна поверхня призми (повна поверхня призми)?
- 6) Чому дорівнює бічна поверхня прямої призми?
- 7) Дано пряму шестикутну призму (рис. 43). Укажіть, які із наведених тверджень правильні, а які — неправильні:
 - а) всі бічні грані призми — рівні прямокутники;
 - б) всі бічні грані — прямокутники;
 - в) висота призми дорівнює бічному ребру;
 - г) всі діагональні перерізи рівні.

На цьому і на наступних уроках можна використовувати довідкову схему «Правильні многокутники».

Правильні многокутники (a — сторона, r — радіус вписаного кола, R — радіус описаного кола)			
Многокутник	Співвідношення між		Площа
	a і R	r і R	
Трикутник	$a = R\sqrt{3}$	$R = 2r$	$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
Квадрат	$a = R\sqrt{2}$	$R = r\sqrt{2}$	$S = a^2$
Шестикутник	$a = R$	$r = \frac{\sqrt{3}}{2} R$	$S = \frac{3\sqrt{3} a^2}{2}$
n -кутник	$a = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$	$r = R \cos \frac{180^\circ}{n}$	$S = \frac{1}{2} R^2 n \sin \frac{360^\circ}{n}$