

**Тема уроку.** Зображення призми і побудова її перерізів.

**Мета уроку:** формування понять переріз, діагональний переріз призми, а також умінь будувати перерізи призми.

**Обладнання:** моделі призми.

### **I. Перевірка домашнього завдання**

Фронтальне опитування

- 1) Що таке многогранник? Що називається гранями, ребрами, вершинами многогранника?
- 2) Які многогранники називаються опуклими?
- 3) Дайте означення призми.
- 4) Призма має  $n$  граней. Який многокутник лежить в її основі?
- 5) Скільки діагоналей можна провести з однієї вершини в трикутній; чотирикутній;  $n$ -кутній призмі?
- 6) Скільки плоских кутів у п'ятикутній призмі? Скільки двогранних кутів? Скільки тригранних кутів? (Відповідь. 30; 15; 10.)
- 7) У трикутній призмі із двогранних кутів між бічними гранями два кути дорівнюють  $20^\circ$  і  $120^\circ$ . Знайдіть третій кут.
- 8) Бічне ребро призми дорівнює  $l$  і нахилене до площини основи під кутом  $\alpha$ . Знайдіть висоту призми.
- 9) Чи існує призма, у якій тільки одне бічне ребро перпендикулярне до площини основи? Відповідь обґрунтуйте.
- 10) Чи існує призма, у якій тільки одна грань перпендикулярна до площини основи? Відповідь обґрунтуйте.

### **II. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу**

*Правила зображення призми*

Зображення призми зручно починати із зображення однієї із її основ. Треба нагадати учням правила зображення многокутників, які вивчали в 10 класі;

- зображенням трикутника (рівностороннього, рівнобедреного, прямокутного) є довільний трикутник;
- зображенням паралелограма (прямокутника, ромба, квадрата) є довільний паралелограм;
- зображенням трапеції (рівнобічної, прямокутної) є трапеція, у якій відношення довжин основ дорівнює відношенню довжин основ зображуваної трапеції;
- зображенням довільного чотирикутника (не паралелограма і не трапеції) є довільний чотирикутник;
- зображенням правильного шестикутника є шестикутник, у якого три пари протилежних сторін попарно рівні.

Після побудови зображення основи зображають бічні ребра у вигляді паралельних і рівних відрізків і з'єднують послідовно їх вільні кінці.

*Слід визначити, що невидимі ребра зображають штриховими лініями. Для більшої наочності рисунка висоту призми, а також бічні ребра призми, які перпендикулярні до основи, будемо зображати "вертикальними*

відрізками”.

### Виконання вправ

1. Побудуйте чотирикутну призму, в основі якої лежить рівнобічна трапеція з основами 1 і 3 см, а бічні ребра перпендикулярні до основи призми.
2. Побудуйте трикутну призму, у якої бічні ребра не перпендикулярні до площини основи призми. Проведіть висоту призми.
3. Побудуйте трикутну призму, у якій одна із вершин верхньої основи проектується в центр кола, вписаного в нижню основу призми.

### Правила побудови перерізів призми

У стереометрії часто доводиться розглядати перерізи тіл, зокрема многогранників, різними площинами.

**Перерізом опуклого многогранника** є опуклий плоский многокутник.

Його вершини в загальному випадку є точками перетину січної площини з ребрами многогранника, а сторони — відрізками, по яких січна площина перетинає грані многогранника.

Переріз призми площиною, яка проходить через два бічні ребра, які не належать одній грані, називається **діагональним перерізом** призми (рис. 29).

### Виконання вправ

1. Скільки діагональних перерізів можна провести в л-кутній призмі ( $n > 3$ ) ?

(Відповідь.  $\frac{n(n-3)}{2}$  .)

2. Доведіть, що діагональні перерізи призми — паралелограми.
3. Доведіть твердження: якщо діагональні перерізи призми перетинаються, то їх спільний відрізок паралельний бічному ребру.

Способи задання перерізу досить різноманітні, і універсального методу їх побудови не існує. Найбільш ефективними методами є метод слідів і метод внутрішнього проектування. Розглянемо кожний з них.

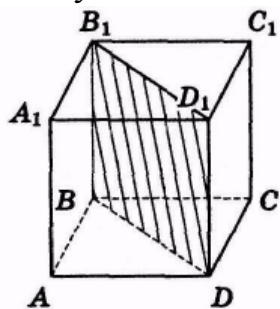


Рис. 29

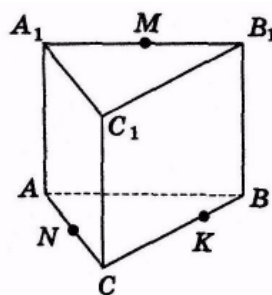


Рис. 30

### МЕТОД СЛІДІВ

У загальному випадку площина перерізу має спільну пряму з площиною кожної грані многогранника. Пряму, по якій січна площина перетинає площину якої-небудь грані многогранника, називають слідом січної площини. Зрозуміло, що січна площина має стільки слідів, скільки площин граней вона перетинає.

Суть методу слідів полягає в:

- 1) побудові ліній перетину (сліду) січної площини з площиною грані;

- 2) знаходженні точок перетину січної площини з ребрами многогранника;
- 3) побудові перерізу.

Далі слід розглянути приклади побудови перерізів призми з п. 41 § 5 підручника та розв'язати задачу.

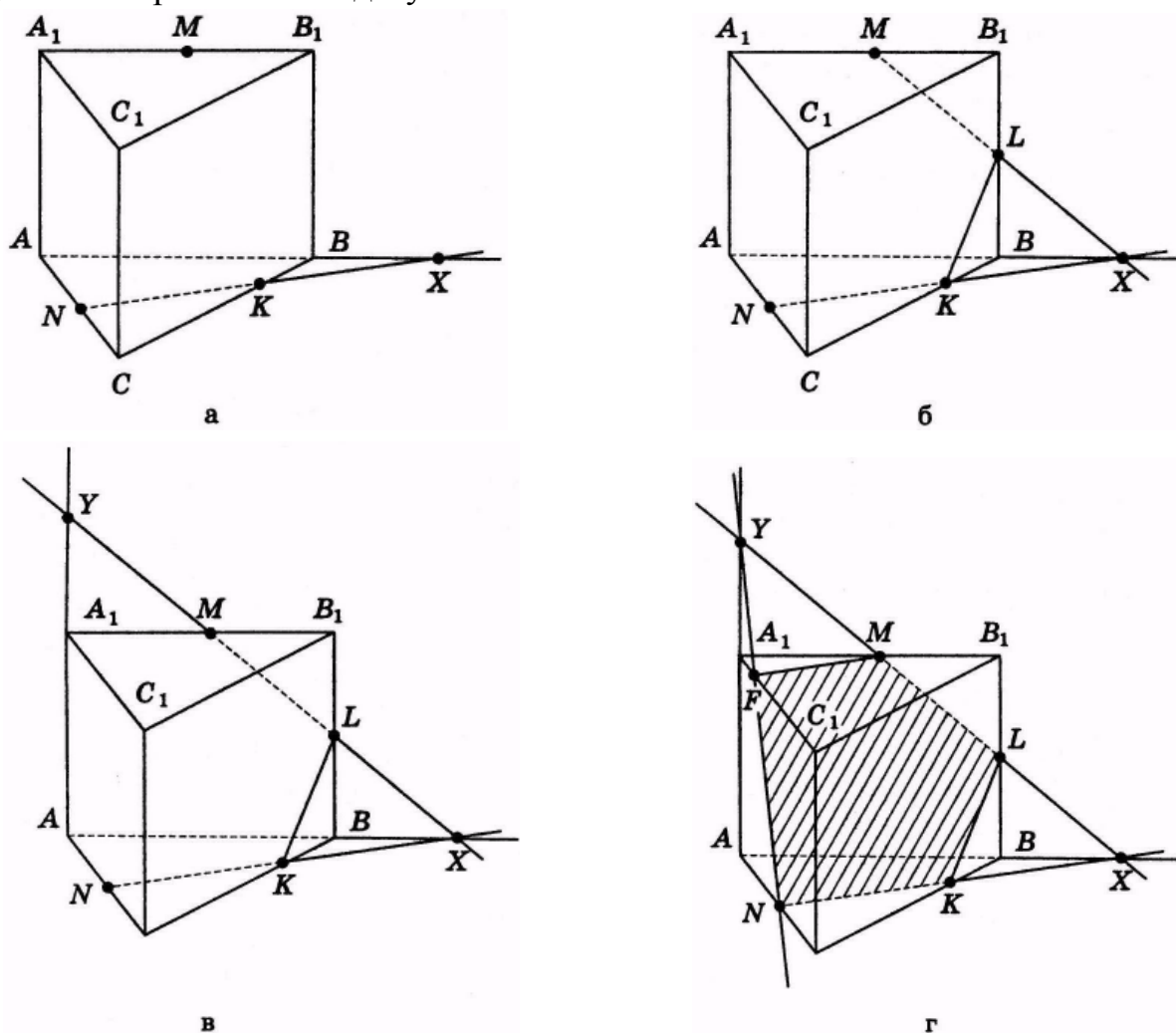


Рис. 31

**Задача**

Побудуйте переріз трикутної призми площиною, що проходить через три точки  $K$ ,  $M$  і  $N$  (рис. 30), які належать відповідно ребрам  $CB$ ,  $A_1B_1$  і  $AC$ .

**Розв'язання**

$NK$  - слід  $(MNK)$  на  $(ABC)$ .

Знайдемо точку  $X$  перетину прямої  $NK$  і прямої  $AB$  (рис. 31, а).  $XM$  – слід  $(MNK)$  на  $(ABB_1)$ . Знайдемо точку  $L$  перетину прямої  $MX$  і ребра  $BB_1$  (рис. 31, б).

Знайдемо точку  $Y$  перетину прямої  $MX$  і прямої  $AA_1$  (рис. 31, в).  $YN$  — слід  $(MNK)$  на  $(ACC_1)$ . Знайдемо точку  $F$  перетину прямої  $YN$  і ребра  $A_1C_1$  (рис. 31, г).  $NKLMF$  — шуканий переріз.

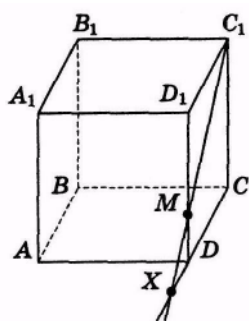


Рис. 32

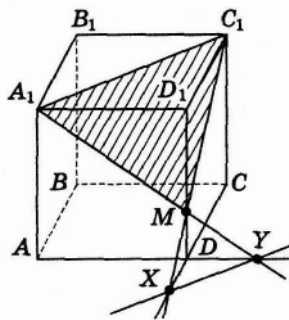


Рис. 33

### Розв'язування задач

1. Дано куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  і на його ребрі  $DD_1$  точку  $M$ . Знайдіть точку перетину прямої  $C_1 M$  з площиною основи. (Відповідь. Точка  $X$ , рис. 32.)

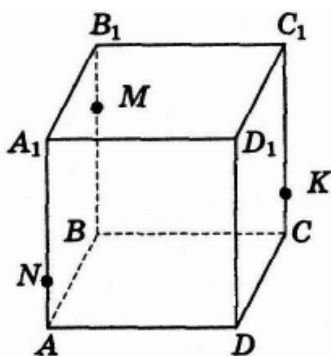


Рис. 34

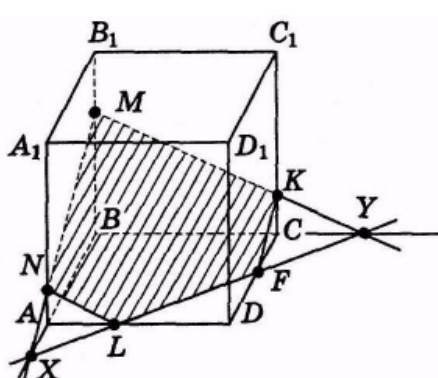


Рис. 35

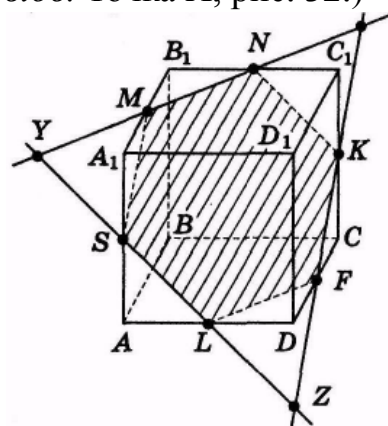


Рис. 36

2. Дано куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  і точку  $M \in DD_1$ . Побудуйте переріз куба площиною, яка проходить через точки  $A_1, C_1$  і  $M$ , та знайдіть лінію перетину січної площини з площиною основи куба. (Відповідь. Пряма  $XY$ , рис. 33.)
3. Задано чотирикутну призму  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Побудуйте переріз призми площиною  $MNK$ , де  $M \in BB_1, N \in AA_1, K \in CC_1$  (рис. 34). (Відповідь.  $NMKFL$  — шуканий переріз, рис. 35.)
4. Побудуйте переріз куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  площиною, яка проходить через точки  $M, N, K$  — середини ребер  $A_1 B_1, B_1 C_1$  і  $CC_1$  відповідно. (Відповідь.  $MNKFLS$  — шуканий переріз, рис. 36.)

### МЕТОД ВНУТРІШНЬОГО ПРОЕКТУВАННЯ

Цей метод застосовується при побудові перерізів у тих випадках, коли не зручно знаходити слід січної площини (наприклад, слід одержується дуже далеко від даної фігури). Розглянемо застосування цього методу на прикладі.

#### Задача

Побудуйте переріз чотирикутної призми площиною, яка проходить через точки  $M, N, P$ , які належать її бічним ребрам  $AA_1, BB_1, CC_1$  (рис. 37).

#### Розв'язання

Спроекуємо точки  $M, N$  і  $P$  на площину нижньої основи, одержимо точки  $A, B, C$ . У чотирикутнику  $ABCD$  проведемо діагоналі  $AC$  і  $BD$ , які

перетинаються в точці  $O$  (рис. 38). Через точку  $O$  проведемо пряму  $OO_1 \parallel BB_1$ , яка перетинає  $MP$  в точці  $X$ . У площині  $BB_1D_1$  проведемо пряму  $NX$ , яка перетинає ребро  $DD_1$  в точці  $Q$ .  $MNPQ$  — шуканий переріз.

Суть методу внутрішнього проектування:

1) проектується дані точки на площину основи, в площині основи будується чотирикутник, у якого три вершини — проекції даних точок, а четверта — одна із вершин основи;

2) у площині перерізу будується прообраз точки перетину діагоналей одержаного чотирикутника;

3) будуються точки перетину січної площини з ребрами.

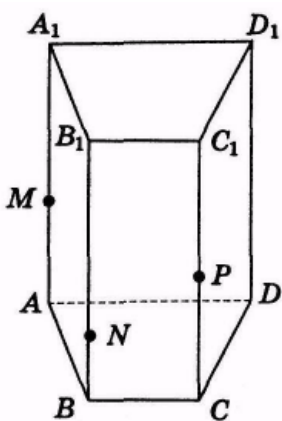


Рис. 37

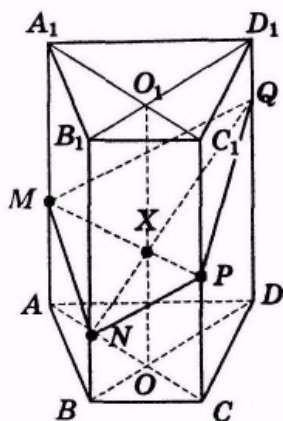


Рис. 38

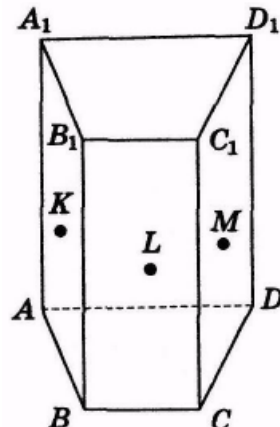


Рис. 39

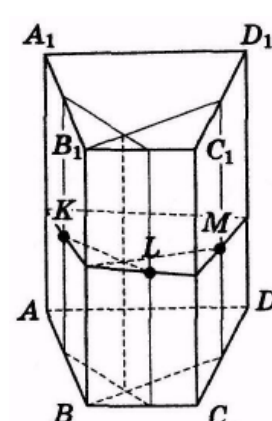


Рис. 40

### Задача

Точки  $K, L, M$  лежать на різних гранях довільної чотирикутної призми  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  причому  $K \in ABB_1 A_1$ ,  $L \in BCC_1 B_1$ ,  $M \in CDD_1 C_1$ . Побудуйте переріз призми площиною  $KLM$  (рис. 39). (Відповідь. Рис. 40.)

## III. Домашнє завдання

§ 5, п. 41; контрольні запитання № 13—14; задачі №5, 7, 10 (с. 77).

## IV. Підведення підсумку уроку

### Запитання до класу

- 1) Якою фігурою є діагональний переріз призми? Поясніть, чому.
- 2) Яка фігура є перерізом призми площиною, паралельною основам? Поясніть, чому.
- 3) Які методи побудови перерізів вам відомі? У чому їх суть?