

## УРОК 15

**Тема.** Перпендикулярність прямих і площин у просторі. Розв'язування задач.

**Мета:** систематизувати знання учнів з теми, продовжувати формувати вміння і навички застосування вивченого матеріалу до розв'язування задач, розвивати навички самостійної пізнавальної роботи.

**Обладнання.** Кодоскоп, кольорова крейда.

### ХІД УРОКУ

**I. Організаційний момент.**

**II. Актуалізація опорних знань.**

**III. Розв'язування задач.**

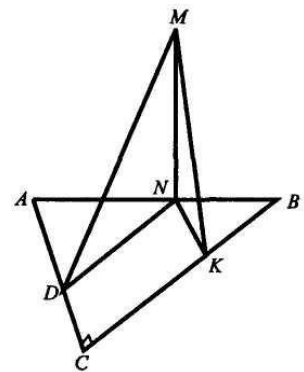
**Задача 1** (розв'язується біля дошки з коментуванням). Відрізок  $MN$  перпендикулярний до площини прямокутного трикутника  $ABC$  ( $\angle ACB = 90^\circ$ ), точка  $N$  лежить на гіпотенузі  $AB$ . Провести через точку  $M$  перпендикуляри до сторін  $AC$  і  $BC$ .

#### Розв'язання

У площині трикутника  $ABC$  з точки  $N$  проведемо  $ND \parallel BC$ .

Тоді  $ND \perp AC$ . Сполучимо  $M$  і  $D$ , тоді  $DN$  — проекція  $MD$ .  $AC$  перпендикулярна до  $ND$  — проекції похилої, тому  $AC \perp MD$ .

Проведемо  $NK \parallel AC$ , то  $NK \perp BC$ ,  $MK$  — похила,  $NK$  — проекція похилої, тому  $MK \perp BC$ .



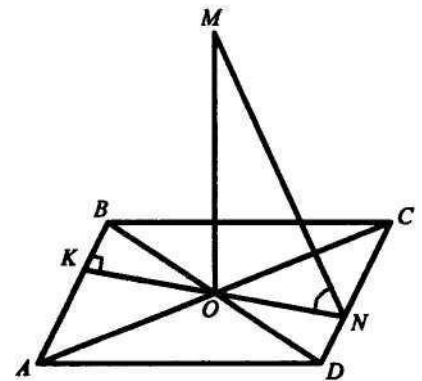
**Задана 2.** Сторона ромба  $ABCD$  дорівнює 20 см, його площа  $320 \text{ см}^2$ . Точка  $M$  віддалена від площини ромба на 15 см і однакою віддалена від його сторін. Знайти відстань від точки  $M$  до сторін ромба.

**Дано:**  $ABCD$  — ромб,  $AB = 20 \text{ см}$ ,  $S = 320 \text{ см}^2$ ,  
 $MO \perp (ABC)$ ,  $MO = 15 \text{ см}$ ,  $MN = MK$ .

**Знайти:**  $MN = MK$ .

#### Розв'язання

У площині ромба  $ABCD$  через точку  $O$  проведемо висоту ромба  $NK$ ,  $ON$  — радіус вписаного кола, тоді  $MN = MK$ . Площа ромба:  $S = DC \cdot KN$ ,  $KN = 320 : 20 = 16 \text{ см}$ ,  $ON = 8 \text{ см}$ .



З  $\Delta MOK$  ( $\angle MOK = 90^\circ$ ) знайдемо  $MK$ :  $MN = \sqrt{MO^2 + ON^2}$ ,  
 $MN = \sqrt{225 + 64} = 17 \text{ см}$ .

**Відповідь.** 16 см.

**Задача 3** (самостійно). Площини рівностороннього трикутника  $ABC$  і квадрата  $BCDE$  перпендикулярні. Знайти відстань між вершинами  $A$  і  $D$  якщо висота трикутника дорівнює 3 дм.

**Дано:**  $\triangle ABC$  — рівносторонній,  $BCDE$  — квадрат,  
 $(ABC) \perp (BCD)$ ,  $AK = 3$  дм.

**Знайти:**  $AO$ .

### Розв'язання

$AK \perp (BDC)$ , оскільки  $AK \perp BC$ , тоді  $AK \perp KD$ ,  $KO$  — проекція похилої  $AD$ .

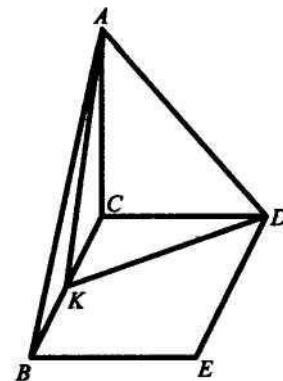
$$\text{У } \triangle ABC: AK = AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad AB = \frac{2AK}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \quad (\text{дм}).$$

Сторона квадрата  $BC = 2\sqrt{3}$  дм,  $CK = \frac{1}{2} BC$ ,  $CK = \sqrt{3}$  дм.

$$\text{З } \triangle KCD \text{ знайдемо } KD: KD = \sqrt{CD^2 + CK^2}, \quad KD = \sqrt{12 + 3} = \sqrt{15} \quad (\text{дм}).$$

$$\text{З } \triangle AKD \text{ знайдемо } AD: AD = \sqrt{AK^2 + KD^2}, \quad AD = \sqrt{9 + 15} = 2\sqrt{6} \quad (\text{дм}).$$

**Відповідь.**  $2\sqrt{6}$  дм.



**Задача 4.** До площини рівнобедреного трикутника  $ABC$  ( $AB = AC$ ) проведено перпендикуляр  $AK$ , що дорівнює 6 см. Площа трикутника  $ABC$  дорівнює  $48 \text{ см}^2$ ,  $BC = 16$  см. Знайти відстань між прямими  $AK$  і  $BC$ , а також від точки  $K$  до прямої  $BC$ .

**Дано:**  $\triangle ABC$  — рівнобедрений,  $AB = AC$ ,  $BC = 16$  см,  
 $AK \perp (ABC)$ ,  $AK = 6$  см,  $S_{ABC} = 48 \text{ см}^2$ .

**Знайти:**  $AD$ ,  $DK$ .

### Розв'язання

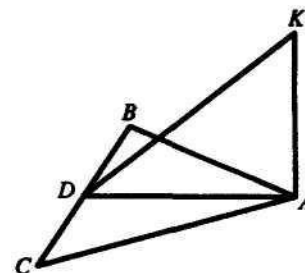
У рівнобедреному  $\triangle ABC$  медіана  $AD$  є висотою:  $AD \perp BC$ . Сполучимо точки  $D$  і  $K$ ,  $AD$  — проекція похилої  $KD$ .  $BC \perp DA$ , отже,  $BC \perp DK$  (за теоремою про три перпендикуляри).

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD, \quad AD = \frac{2S}{BC} = 6 \quad (\text{см}).$$

$KA \perp (ABC)$ , тому  $KA \perp AD$ .

$$\text{З } \triangle KAD \text{ знайдемо } KD. \quad KD = \sqrt{AK^2 + AD^2}, \quad KD = \sqrt{36 + 36} = 6\sqrt{2} \quad (\text{см}).$$

**Відповідь.**  $AO = 6$  см,  $AD = 6\sqrt{2}$  см.



## IV. Підсумок уроку.

### V. Домашнє завдання.

**Задача 5.** У рівнобедреному трикутнику основа і висота дорівнюють по 4 см. Точка знаходиться на відстані 6 см від площини трикутника і на однаковій відстані від усіх його сторін. Знайти цю відстань.