УРОК 14

Тема. Відстань між мимобіжними прямими. Розв'язування задач.

Мета: формувати в учнів уміння й навички самостійно розв'язувати задачі з використанням спільного перпендикуляра до мимобіжних прямих, сприяти розвитку просторової уяви, прищеплювати інтерес до математики.

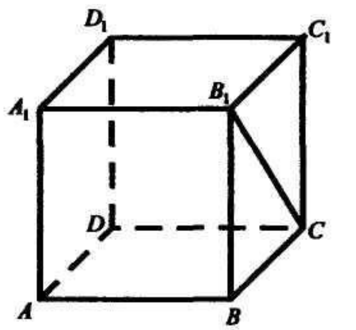
Обладнання. Кодоскоп, кольорова крейда.

ХІД УРОКУ

І. Організаційний момент.

II. Актуалізація опорних звань.

1. Перевірка домашнього завдання.
2. Запитання до учнів.
   1. Що називається спільним перпендикуляром до двох мимобіжних прямих?
   2. Як побудувати спільний перпендикуляр до двох мимобіжних прямих?
   3. Що називається відстанню між мимобіжними прямими?



III. Розв'язування задач.

Задача 1 (усно за готовим малюнком). У кубі $ABCDA_1B_1C_1D_1$ знайти відстань між прямими AA_1 і BC; BC і D_1C_1; A_1D_1 і B_1C.

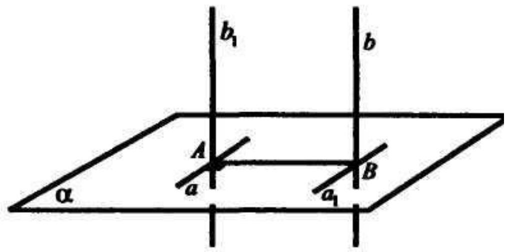
Відповідь. AB, CC_1, A_1B_1.

Задача 2. Пряма b перпендикулярна до площини α, в якій лежить пряма a, але не перетинає пряму. Знайти відстань між прямими a і b.

Дано: $a \in \alpha$, $b \notin \alpha$, $b \perp \alpha$.

Знайти: Відстань між a і b.

Розв'язання



Пряма b перетинає площину α в точці B.

Через точку B у площині α проведемо $a_1 \parallel a$.

Опустимо з точки B перпендикуляр на пряму a: $BA \perp a$.

Через точку A проведемо $b_1 \parallel b$, $b_1 \perp AB$, отже, $b \perp AB$.

AB — спільний перпендикуляр до мимобіжних прямих a і b.

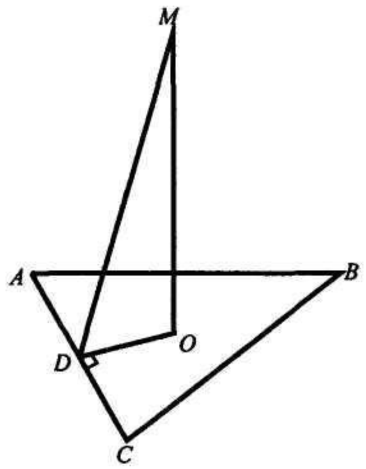
Висновок. Якщо одна з мимобіжних прямих перпендикулярна до площини, у якій лежить друга пряма, то відстань між ними дорівнює довжині перпендикуляра, опущеного на другу пряму з точки перетину першої прямої та даної площини.

Задача 3. У рівносторонньому трикутнику ABC зі стороною $AB = 6\sqrt{3}$ см через точку O — центр вписаного кола проведено перпендикуляр OM до площини трикутника. Знайти відстань між MO і AC.

Дано: $\Delta\, ABC$ — рівносторонній, $AB = 6\sqrt{3}$ см,

O — центр вписаного кола, $OM \perp (ABC)$.

Знайти: Відстань між MO і AC.



Розв'язання

За задачею 2 шукана відстань дорівнює довжині перпендикуляра, опущеного з точки O на сторону AC. $OD \perp AC$ і OD — радіус кола, вписаного у ΔABC.

$r = 0D = AB\cdot \frac{\sqrt{3}}{6}$, $OD = 3$ см.

Відстань між прямими AC і MO є $DO = 3$ см.

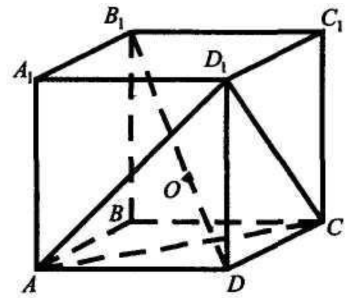
Відповідь. $DO = 3$ см.

Задача 4. Ребро куба дорівнює a. Знайти відстань між його діагоналлю та мимобіжною з нею діагоналлю бічної грані.

Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб, $AB = a$,

B_1D і D_1C — мимобіжні.

Знайти: Відстань між B_1D і D_1C.



Розв'язання

Проведемо площину (AD_1C), $\Delta\, AD_1C$ — рівносторонній. Точка D рівновіддалена від вершин рівностороннього ΔAD_1C. Нехай $DO \perp (AD_1C)$. Тоді точка O є центром ΔAD_1C. Точка B_1 рівновіддалена від вершин рівностороннього ΔAD_1C. Нехай $B_1O_1 \perp (AD_1C)$. Тоді точка O_1 є центром ΔAD_1C.

Отже, точки O і O_1 збігаються і $B_1D \perp (AD_1C)$.

Тоді відстань між B_1D і D_1C дорівнює довжині перпендикуляра, опущеного з точки O на D_1C, і дорівнює радіусу кола, вписаного у ΔAD_1C.

$d = r = \dfrac{D_1C\cdot\sqrt{3}}{6}$, $D_1C = a\sqrt{2}$, отже, $d = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

IV. Підсумок уроку.

V. Домашнє завдання.

За підручником [5]: повторити пп. 14—21.

Задача 1. Площини квадратів $ABCD$ і $A_1B_1C_1D_1$ перпендикулярні, $AB = a$. Знайти відстані CC_1 і C_1D, кут CAC_1.

Задача 2. Ребро куба дорівнює a. Знайти відстань між мимобіжними діагоналями двох суміжних граней куба.