УРОК 13

Тема. Відстань між мимобіжними прямими.

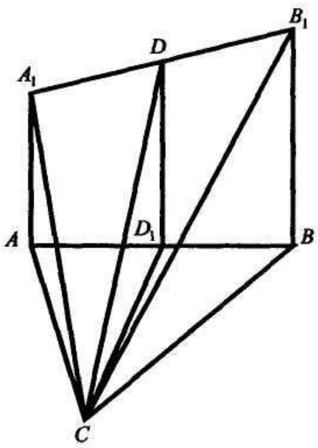
Мета: систематизувати знання учнів, розглянувши всі можливі випадки відстані у просторі; сприяти розвитку просторової уяви.

ХІД УРОКУ

І. Організаційний момент.

ІІ. Актуалізація опорних знань.

1. Перевірка домашнього завдання.
2. Опитування учнів.
   1. Які площини називаються перпендикулярними?
   2. Сформулюйте ознаку перпендикулярності площин.
   3. Розв'язування задачі № 56 з підручника біля дошки (з коментуванням).



Дано: ΔABC — рівносторонній, $AB = 2$ м, $AA_1 \perp (ABC)$, $BB_1 \perp (ABC)$, $CA_1 = 3$м, $CB_1 = 7$м, $A_1D = DB_1$.

Знайти: CD.

Розв'язання

$AA_1 \perp (ABC)$, тому $AA_1 \perp AB$ і $AA_1 \perp AC$.

З ΔA_1CA знайдемо AA_1: $AA_1 = \sqrt{CA_1^2 - AC^2}$,

$AA_1 = \sqrt{9-4} = \sqrt{5}$ (м).

$BB_1 \perp (ABC)$, тому $BB_1 \perp BC$, $BB_1 \perp AB$.

З ΔCB_1B знайдемо BB_1: $BB_1 = \sqrt{CB_1^2 - BC^2}$,

$AA_1 = \sqrt{49-4} = 3\sqrt{5}$ (м).

$AA_1 \perp (ABC)$, $BB_1 \perp (ABC)$, тоді $AA_1 \parallel BB_1$. Чотирикутник AA_1B_1B — трапеція, точка D — середина відрізка A_1B_1, $D_1D \perp (ABC)$, тобто $DD_1 \parallel AA_1$, і $DD_1 \parallel BB_1$, тоді DD_1 — середня лінія трапеції.

$$DD_1 = \frac{AA_1 + BB_1}{2}.\ DD_1 = \frac{\sqrt{5} + 3\sqrt{5}}{2} = 2\sqrt{5} \text{ (м).}$$

У рівносторонньому трикутнику ABC медіана CD_1 є висотою. $CD_1 = AC\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$CD_1 = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$, (м).

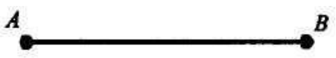
З ΔCD_1D знайдемо CD: $CD = \sqrt{CD_1^2 + DD_1^2}$, $CD = \sqrt{20+3} = \sqrt{23}$ (м).

Відповідь. $CD = \sqrt{23}$ м.

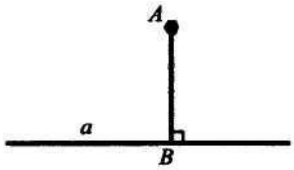
ІІІ. Вивчення нового матеріалу.

Повідомляється тема і мета уроку. Розглядаються всі можливі варіанти відстані.

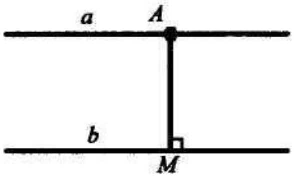
1. Відстань між двома точками $d = AB$.



2. Відстань від точки до прямої. $AB \perp a$, $d = AB$.

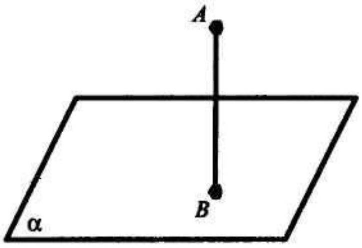


3. Відстань між паралельними прямими.



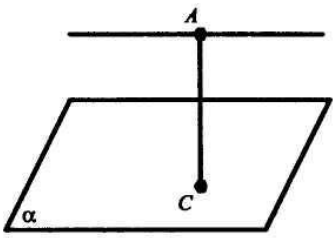
$a \parallel b$, $A \in a$, $AM \perp b$, $d = MA$.

4. Відстань від точки до площини.



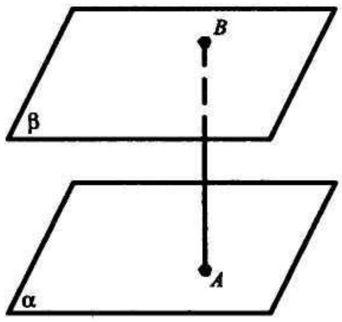
$AB \perp \alpha$, $B \in \alpha$, $d = AB$.

5. Відстань від прямої *a* до паралельної їй площини α.



$a \parallel \alpha$. Позначимо на прямій *a* точку *A*. Проведемо $AC \perp \alpha$, $d = AC$.

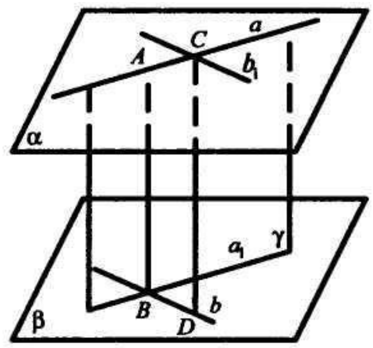
6. Відстань між паралельними площинами.



$\beta \parallel \alpha$. Позначимо в площині β точку *B*. Проведемо $BA \perp \alpha$, $d = BA$.

7. Відстань між мимобіжними прямими.

1) Означення спільного перпендикуляра до двох мимобіжних прямих.
2) Доведення існування та єдиності спільного перпендикуляра до мимобіжних прямих.



Дано: *a* і *b* — мимобіжні прямі.

Довести: *AB* — спільний перпендикуляр,
AB — єдиний.

Доведення

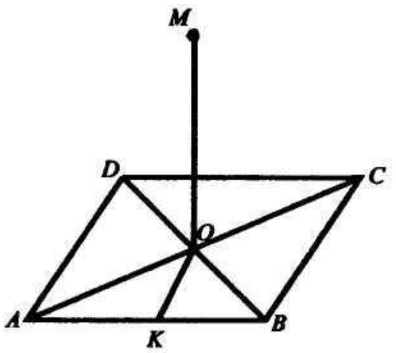
Проведемо через прямі *a* і *b* паралельні площини α і β: $\alpha \parallel \beta$.

Прямі, перпендикулярні до α, лежать у площині γ, $\gamma \cap \beta = a_1$, $a_1 \parallel a$, $a \cap Ь = B$. $AB \perp a$, $AB \perp \beta$, отже, *AB* — спільний перпендикуляр.

Припустимо, що існує інший спільний перпендикуляр *CD* Через точку *C* проведемо $b_1 \parallel b$. $CD \perp b$, $CD \perp b_1$, оскільки $CD \perp a$, то $CD \perp \alpha$, тобто $CD \parallel AB$. Тоді через *AB* і *CD* можна провести площину, яка містить мимобіжні прямі, що неможливо. Отже, *AB* — єдиний перпендикуляр, що й треба було довести.

3) Означення відстані між мимобіжними прямими.

Задача (розв'язується біля дошки). Через точку *O* перетину діагоналей квадрата *ABCD* проведено перпендикуляр *MO* до його площини, сторона квадрата дорівнює $2a$. Знайти відстань між прямими *AB* і *MO*.



Дано: $AB \in (ABC)$, $MO \perp (ABC)$, $MO \cap (ABC) = O$,
$AD = 2a$.

Знайти: відстань між *AB* і *MO*.

Розв'язання

Прямі *AB* і *MO* мимобіжні. Відстань від точки *O* до *AB* є $OK \perp AB$.

У ΔDAB: *KO* — середня лінія, $KO \parallel AD$. Оскільки $AB \perp AD$, то $AB \perp KO$. $MO \perp (ABC)$, тому $MO \perp KO$. Отже, *KO* — спільний перпендикуляр
до мимобіжних прямих *MO* і *AB*, *KO* — шукана відстань.

$KO = \frac{1}{2} AO$, $KO = a$.

Відповідь. $KO = a$.

IV. Підсумок уроку.

V. Домашнє завдання.

За підручником [5]: п. 21. Задачі № 60, 61 до § 3.