УРОК 12

Тема. Перпендикулярність площин. Ознака перпендикулярності площин.

Мета: ознайомити учнів з означенням перпендикулярності площин, сформулювати і довести ознаку перпендикулярності площин, показати її застосування до розв'язування задач, розвивати вміння аналізувати, робити висновки.

Обладнання. Картки, кодоскоп, кольорова крейда.

ХІД УРОКУ

І. Організаційний момент.

ІІ. Актуалізація опорних знань учнів.

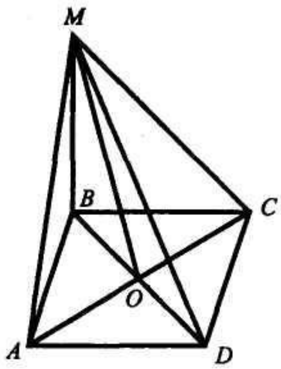
1. Перевірка домашнього завдання.
2. Розв'язування задач за картками (2 учні).

Картка № 1. *AH* — перпендикуляр до площини трикутника *ABC, AB* = *AC*. Довести, що похилі *KB* і *KC* утворюють рівні кути з площиною трикутника.

Картка № 2. Сторона квадрата *ABCD* дорівнює 6 см, точка *M* знаходиться на відстані 6 см від кожної з його вершин. Знайти кут між прямою *MA* і площиною квадрата.

3. Розв'язування задачі біля дошки (з коментуванням).

Задача (малюнок проектується з кодоплівки на екран). До площини квадрата *ABCD, AB* = 2 дм, проведено перпендикуляр *BM* довжиною 4 дм. Знайти відстань від точки *M* до сторін *AD* і *CD* і діагоналі *AC*.



Дано: *ABCD* — квадрат, *AB* = 2 дм, $BM \perp (ABC)$, *BM* = 4 дм.

Знайти: *MC* і *MA, MO.*

Розв'язання

$CD \perp BC$, тому $CD \perp MC$. *MC* — шукана відстань від точки *M* до сторони *CD*.

$AD \perp AB$, то $AD \perp MA$. Якщо *BC* = *BA*, то *MC* = *MA*. Якщо $MB \perp (ABC)$, то $MB \perp BC$, $MB \perp BA$ і $MB \perp BD$.

З Δ *MBC* знайдемо *MC*: $MC = \sqrt{MB^2 + BC^2}$,

$MC = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$ (дм), $MA = MC = 2\sqrt{5}$ дм.

$AC \cap BD = O$, $AC \perp OB$, тобто $AC \perp OM$ (за теоремою про три перпендикуляри).

З Δ *ABC* знайдемо *AC*: $AC = AB\sqrt{2}$, $AC = 2\sqrt{2}$ дм.

$AC = BD$ і $BO = \frac{1}{2}AC$, $BO = \sqrt{2}$ дм.

З Δ *MBO* знайдемо *MO*: $MO = \sqrt{MB^2 + OB^2}$, $MO = \sqrt{16+2} = 3\sqrt{2}$ (дм).

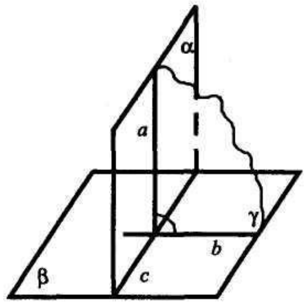
Відповідь. $MO = 3\sqrt{2}$ дм, $MC = MA = 2\sqrt{5}$ дм.

ІІІ. Вивчення нового матеріалу.

Повідомляється тема і мета уроку.

1. Означення перпендикулярності двох площин.

Якщо площина α перетинає площину β по прямій с, $\gamma \perp c$: γ перетинає α по прямій a, γ перетинає β по прямій b і $a \perp c$, $a \perp b$, то $\alpha \perp \beta$.



2. Ознака перпендикулярності площин.

Теорема

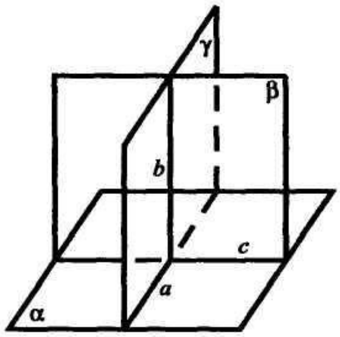
Дано: α — площина, $b \perp \alpha$, β проходить через b.

Довести: $\beta \perp \alpha$.

Доведення

Площини α і β перетинаються по прямій c. У площині α через точку перетину b і c проведемо пряму $a \perp c$. Через прямі a і b проведемо площину γ.

$\gamma \perp c$, оскільки $c \perp a$ і $c \perp b$; пряма $a \perp b$, тому $\alpha \perp \beta$. Теорему доведено.



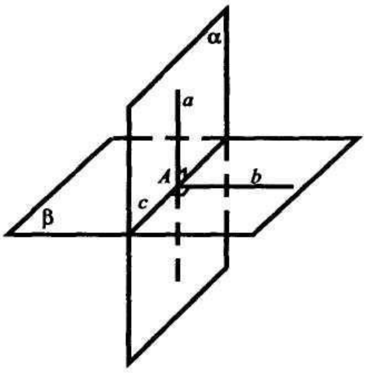
3. **Властивість:** якщо пряма, що лежить в одній з двох перпендикулярних площин, перпендикуляр-рна до лінії їх перетину, то вона перпендикулярна до другої площини.

Дано: $\alpha \perp \beta$, $\alpha \cap \beta = c$, $a \in \alpha$, $a \perp c$.

Довести: $\alpha \perp \beta$.

Доведення

Через точку A перетину прямих a і c проведемо пряму $b \perp c$. Прямі a і b визначають площину γ, $\gamma \perp c$. Оскільки $\alpha \perp \beta$, то γ перетинає їх по перпендикулярних прямих. Отже, $a \perp b$ і $a \perp \beta$.



IV. Закріплення матеріалу.

Задача № 59 (3) з підручника розв'язується за готовим малюнком на відкидній дошці.

Дано: $\alpha \perp \beta$, $A \in \alpha$, $B \in \beta$, $\alpha \cap \beta = a$, $AC \perp a$, $BD \perp a$, $AO = 4$ м, $BC = 7$ м, $CD = 1$ м.

Знайти: AB.

Розв'язання

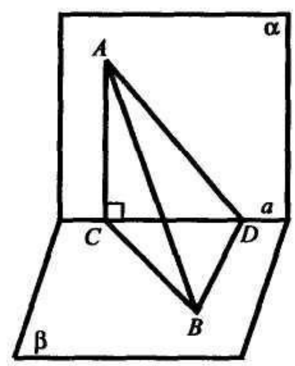
З ΔAOC ($\angle ACB = 90°$) знайдемо AC:

$AC = \sqrt{AD^2 - CD^2}$, $AC = \sqrt{16-1} = \sqrt{15}$ (м). $AC \perp a$, $AC \perp \beta$, тому $AC \perp CB$.

З ΔABC ($\angle ACB = 90°$) знайдемо AB:

$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}$, $AB = \sqrt{15+49} = 8$ (м).

Відповідь. $AB = 8$ м.



V. Підсумок уроку.

VI. Домашнє завдання.
За підручником [5]: п. 20. Задачі № 54, 59 (1, 2) до§3.