

УРОК 2

Тема. Перпендикулярність прямих у просторі. Розв'язування вправ.

Мета: формувати в учнів уміння й навички застосовувати теореми 3.1 і 3.2 під час розв'язування задач; розвивати просторову уяву, логічне мислення, виховувати інтерес до математики.

Обладнання. Стереометричний ящик, кодоскоп, картки.

ХІД УРОКУ

I. Організаційний момент.

II. Актуалізація опорних знань.

1. Перевірка домашнього завдання.
2. Робота двох сильних учнів біля дошки за картками.

Картка № 1. Дано прямокутну трапецію $ABCD$: $AB \perp AD$ і $AD \perp DC$. Через вершину B проведено пряму BE , яка не лежить у площині трапеції і перпендикулярна до DC . Довести, що DC перпендикулярна до площини ABE .

Картка № 2. Дано рівнобедрений $\triangle ABC$ ($AB = BC$), M — середина сторони AC . Через точку D , що не лежить у площині $\triangle ABC$, і точку M проведено пряму $MD \perp MB$. Довести, що BM перпендикулярна до площини ABC .

Запитання до учнів

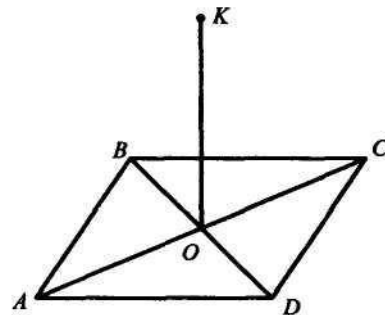
1. Які дві прями називаються перпендикулярними?
2. Сформулювати теорему про перпендикулярність прямих у просторі.
3. Яка пряма називається перпендикулярною до площини?
4. Сформулювати теорему про перпендикулярність прямої і площини.
5. Довести теореми 3.1 і 3.2.

(Учні доводять теореми на аркушах).

III. Розв'язування задач.

Задача 3 (розв'язується колективно, умова задачі проектується з кодоплівки на екран).

На малюнку зображено квадрат $ABCD$. Через точку O перетину його діагоналей проведено пряму OK , яка перпендикулярна до прямої BD . Довести, що пряма BD перпендикулярна до площини AKC .



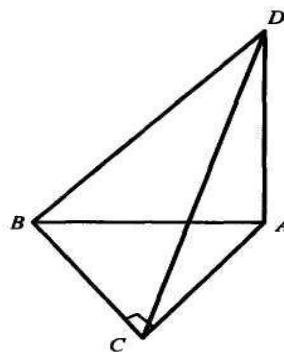
Доведення

Прямі BD і AC перпендикулярні як діагоналі квадрата. $BD \perp OK$ за побудовою. $BD \perp OK$, $BD \perp (AKC)$ (за ознакою перпендикулярності прямої і площини).

Задача 8 (§ 3 підручника [5]).

Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $AD \perp (ABC)$, $AC = a$, $BC = b$, $AB = c$.

Знайти: BD , BC .





Розв'язання

З $\triangle ABC$ ($\angle C = 90^\circ$) знайдемо AB : $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}$, $AB = \sqrt{a^2 + b^2}$.
 $DA \perp$ пл. $\triangle ABC$, тому $DA \perp AB$ і $DA \perp AC$.

З $\triangle DBA$ ($\angle DAB = 90^\circ$) знайдемо BD : $BD = \sqrt{AD^2 + AB^2}$, $BD = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

З $\triangle DCA$ ($\angle DAC = 90^\circ$) знайдемо DC : $DC = \sqrt{DA^2 + AC^2}$, $DC = \sqrt{a^2 + c^2}$.

Відповідь. $DC = \sqrt{a^2 + c^2}$, $BD = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Надалі розв'язування відбувається з використанням кодоскопа. Умова задачі і малюнок проектується з кодоплівки на екран.

Задача 5. Промені OA , OB , OC попарно перпендикулярні. Знайти периметр $\triangle ABC$, якщо $OA = OB = 3$ дм, $OC = 4$ дм.

Дано: $OA \perp OC$, $OA \perp OB$, $OC \perp OB$.

$OA = OB = 3$ дм, $OC = 4$ дм.

Знайти: P_{ABC} .

Розв'язання

З $\triangle ABO$ ($\angle AOB = 90^\circ$) знайдемо AB :

$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2}$, $AB = \sqrt{9 + 9} = 3\sqrt{2}$ (дм).

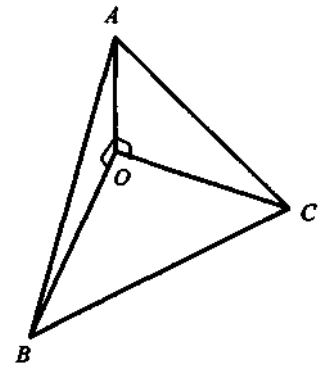
З $\triangle ACO$ ($\angle AOC = 90^\circ$) знайдемо AC :

$AC = \sqrt{OA^2 + OC^2}$, $AC = \sqrt{9 + 16} = 5$ (дм).

$\triangle AOC = \triangle BOC$ (прямокутні, $AO = OB$, OC — спільна), тому $BC = AC$,

$BC = 5$ дм. Тоді $P = 2AC + AB = 10 + 3\sqrt{2}$ (дм).

Відповідь. $10 + 3\sqrt{2}$ дм.



Задача 6. Відрізки AB , AC , AD попарно перпендикулярні. $AB = a$, $BC = b$, $BD = c$, ($c > a$, $b > a$). Знайти довжину відрізка CD .

Дано: $AB \perp AC$, $AB \perp AD$, $AC \perp AD$, $AB = a$,

$BC = b$, $AD = c$.

Знайти: CD .

Розв'язання

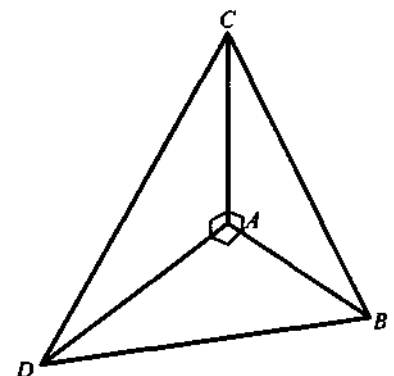
З $\triangle ABC$ ($\angle CAB = 90^\circ$) знайдемо AC :

$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{b^2 - a^2}$.

З $\triangle BDA$ ($\angle BAD = 90^\circ$) знайдемо AD :

$AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = \sqrt{c^2 - a^2}$.

З $\triangle CDA$ ($\angle CAD = 90^\circ$) знайдемо CD :



$$CD = \sqrt{AC^2 + AD^2} = \sqrt{b^2 - a^2 + c^2 - a^2} = \sqrt{b^2 + c^2 - 2a^2}$$

Задача 7. Пряма BD утворює прямі кути зі сторонами AB і BC рівностороннього трикутника ABC , у якому BM — висота. Знайти DM , якщо $AC = 2$ дм, $BD = 1$ дм.

Дано: $\triangle ABC$ - рівносторонній,
 $\angle DBA = \angle DBC = 90^\circ$, $BM \perp AC$.
 $AC = 2$ дм, $BD = 1$ дм.

Знайти: DM .

Розв'язання

Якщо $BD \perp AB$, $BD \perp BC$ (за умовою), то $BD \perp BM$ і $\angle DBM = 90^\circ$.
 $AB = BC = AC = 2$ дм (за умовою).

З $\triangle ABC$ знайдемо висоту BM за формулою: $BM = BC \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ (дм).
 З $\triangle DBM$ ($\angle DBM = 90^\circ$) знайдемо DM :

$$DM = \sqrt{DB^2 + BM^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2 \text{ (дм)}.$$

Відповідь. $DM = 2$ дм.

IV. Підсумок уроку.

V. Домашнє завдання.

За підручником [5]: пп. 14, 15. Задачі 2, 3 (1, 2, 3) до § 3.

