УРОК 61

Тема уроку: Розв'язування логарифмічних нерівностей.
Мета уроку: Формування умінь учнів розв'язувати логарифмічні нерівності.

I. Перевірка домашнього завдання.

Перевірити наявність виконаних домашніх завдань та відповісти на запитання, що виникли в учнів при виконанні цих завдань.

II. Сприймання і усвідомлення розв'язування логарифмічних нерівностей (які розв'язуються введенням нової змінної).

Приклад 1. Розв'яжіть нерівність $\log_5^2 x - \log_5 x > 2$.

Розв'язання

Нехай $\log_5 x = y$, тоді отримаємо нерівність $y^2 - y - 2 > 0$.

Розв'яжемо отриману нерівність методом інтервалів (рис. 171):
$y \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

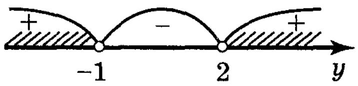

Рис. 171

Враховуючи заміну матимемо:

1) $\log_5 x < -1$; $\log_5 x < \log_5 \frac{1}{5}$; $\begin{cases} x < \frac{1}{5}, \\ x > 0; \end{cases}$ $x \in \left(0; \frac{1}{5}\right)$;

2) $\log_5 x > 2$; $\log_5 x > \log_5 25$; $\begin{cases} x > 25, \\ x > 0; \end{cases}$ $x \in (25; +\infty)$. Отже, $\left(0; \frac{1}{5}\right) \cup (25; +\infty)$ – розв'язок даної нерівності.

Відповідь: $\left(0; \frac{1}{5}\right) \cup (25; +\infty)$.

Приклад 2. Розв'яжіть нерівність $\frac{2}{1 + \lg x} \ge 1$.

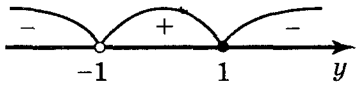

Рис. 172

Розв'язання

Нехай $\lg x = y$, тоді матимемо нерівність

$\frac{2}{1+y} \ge 1$; $y \ne 1$; $\frac{2}{1+y} - 1 \ge 0$; $\frac{2-1-y}{1+y} \ge 0$; $\frac{1-y}{1+y} \ge 0$.

Рис. 173

Розв'яжемо отриману нерівність методом інтервалів (рис. 172): $y \in (-1; 1]$.

Враховуючи заміну, отримаємо $-1 < \lg x \le 1$.

Тоді $\begin{cases} \lg x \le 1, \\ \lg x > -1; \end{cases}$ $\begin{cases} \lg x \le \lg 10, \\ \lg x > \lg 0{,}1; \end{cases}$ $\begin{cases} x \le 10, \\ x > 0{,}1 \\ x > 0; \end{cases}$ отже, $x \in (0{,}1; 10]$ (рис. 173).

Відповідь: (0,1; 10].

III. Формування умінь розв'язувати логарифмічні нерівності.

Виконання вправ № 59 (10), 60 (15).

IV. Сприймання і усвідомлення розв'язування логарифмічних (комбінованих) нерівностей методом інтервалів.

Приклад 1. Розв'яжіть нерівність $(3x - 6)\log_{0,5} x > 0$.

Розв'язання

Нехай $y = (3x - 6)\log_{0,5} x$, $y > 0$.

Область визначення функції y: $x > 0$.

Знайдемо нулі функції: $(3x - 6) \cdot \log_{0,5} x = 0$;

$3x - 6 = 0$, $\log_{0,5} x = 0$;

$x = 2$, $x = 1$.

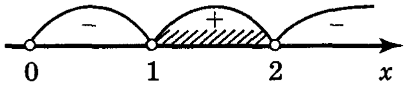

Рис. 174

Розіб'ємо область визначення функції на проміжки точками 2 і 1 і знайдемо знаки функції на утворених проміжках (рис. 174). Отже, $x \in (1; 2)$.

Відповідь: (1; 2).

Приклад 2. Розв'яжіть нерівність $\log_{x-3}(x - 1) < 2$.

Розв'язання

Нехай $y = \log_{x-3}(x - 1) - 2$ і $y < 0$. Область визначення функції знаходимо із системи: $\begin{cases} x-1>0, \\ x-3>0, \\ x-3\neq 1; \end{cases}$ $\begin{cases} x>1, \\ x>3, \\ x\neq 4; \end{cases}$ $x \in (3; 4) \cup (4; +\infty)$.

Знайдемо нулі функції: $\log_{x-3}(x - 1) = 2$; $x - 1 = (x - 3)^2$; $x - 1 = x^2 - 6x + 9$; $x^2 - 7x + 10 = 0$; $x = 5$, $x = 2$. $x = 2$ — не входить в область визначення функції. Перевіркою переконуємося, що $x = 5$ — нуль функції.

Розіб'ємо область визначення функції на проміжки точкою 5 та знайдемо знаки функції на утворених проміжках (рис. 175).

Отже, $x \in (3; 4) \cup (5; +\infty)$.

Відповідь: $(3; 4) \cup (5; +\infty)$.

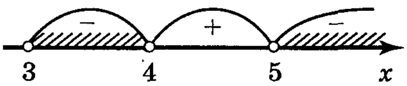

Рис. 175

V. Формування умінь розв'язувати логарифмічні нерівності.

Виконання вправ № 59 (8), 60 (12).

VI. Сприймання і усвідомлення графічного способу розв'язування логарифмічних нерівностей.

Приклад. Розв'яжіть нерівність $\log_3 x < 4 - x$ графічно.

Розв'язання

Побудуємо графіки функцій $y = \log_3 x$ і $y = 4 - x$ в одній системі координат. Графіки перетинаються в точці А з абсцисою $x = 3$ (рис. 176).

Із рисунка видно, що множина розв'язків нерівності $\log_3 x < 4 - x$ є проміжок (0; 3].

Відповідь: (0; 3].

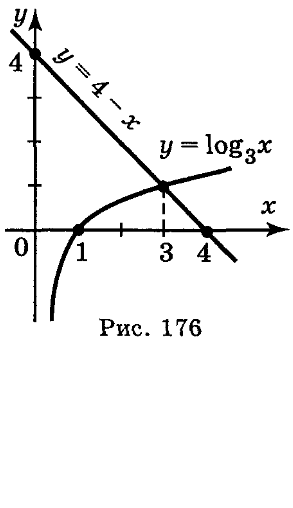

Рис. 176

VII. Підведення підсумків уроку.

VIII. Домашнє завдання.

Підготуватися до тематичної контрольної роботи.

Вправи № 59 (7; 9), 60 (11).