УРОК 60

Тема уроку: Розв'язування логарифмічних нерівностей.
Мета уроку: Формування умінь учнів розв'язувати логарифмічні нерівності.

І. Перевірка домашнього завдання.

1. Два учня відтворюють розв'язання вправ № 55 (2), 56 (3).
2. Колективне розв'язування вправ № 57 (1; 3).

ІІ. Аналіз самостійної роботи, проведеної на попередньому уроці.

ІІІ. Сприймання і усвідомлення розв'язування найпростіших логарифмічних нерівностей.

Як відомо, логарифмічна функція $y = log_a x$ зростає при $a > 1$, спадає — при $0 < a < 1$. Із зростання функції $y = log_a x$ у першому випадку і спадання — у другому випадку випливає:

1) При $a > 1$ нерівність $log_a x_2 > log_a x_1$ рівносильна системі $\begin{cases} x_2 > x_1, \\ x_1 > 0, \\ x_2 > 0. \end{cases}$

2) При $0 < a < 1$ нерівність $log_a x_2 > log_a x_1$ рівносильна системі $\begin{cases} x_2 < x_1, \\ x_1 > 0, \\ x_2 > 0. \end{cases}$

Розглянемо приклади.

Приклад 1. Розв'яжіть нерівність $log_2 x < 3$.

Рис. 166

Розв'язання

Оскільки $3 = log_2 2^3 = log_2 8$, то запишемо дану нерівність у вигляді $log_2 x < log_2 8$. Оскільки функція $y = log_2 x$ зростаюча при $x > 0$, то маємо: $\begin{cases} x < 8, \\ x > 0; \end{cases}$ отже, $0 < x < 8$ (рис. 166).
Відповідь: $x \in (0; 8)$.

Приклад 2. Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{3}} x \le -2$.

Рис. 167

Розв'язання

Запишемо дану нерівність у вигляді: $\log_{\frac{1}{3}} x \le \log_{\frac{1}{3}} 9$. Оскільки функція $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ спадна при $x > 0$, маємо: $\begin{cases} x \ge 9, \\ x > 0; \end{cases}$ отже, $x \ge 9$ (рис. 167).
Відповідь: $x \in [9; +\infty)$.

Як правило, логарифмічна нерівність зводиться до нерівностей виду: $log_a f(x) > log_a g(x)$, де $a > 0$, $a \neq 1$.

Якщо $a > 1$, то нерівність $log_af(x) > log_ag(x)$ рівносильна системі нерівностей:
$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) > g(x). \end{cases}$$

Якщо $0 < a < 1$, то нерівність $log_af(x) > log_ag(x)$ рівносильна системі нерівностей:
$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) < g(x). \end{cases}$$

Приклад 3. Розв'яжіть нерівність: loggg(x^2 + *x)* > -1.

Розв'язання

Так як - 1 = $log_{0,5}0,5^{-1} = log_{0,5}2$, то $log_{0,5}(x^2 + x) > log_{0,5}2$.

Одержана нерівність рівносильна системі

$$\begin{cases} x^2 + x > 0, \\ x^2 + x \le 2; \end{cases} \begin{cases} x^2 + x > 0, \\ x^2 + x - 2 \le 0; \end{cases} \begin{cases} x(x+1) > 0, \\ (x+2)(x-1) \le 0. \end{cases}$$

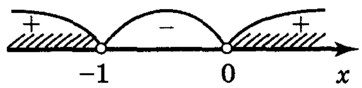

Рис. 168

Рис. 169

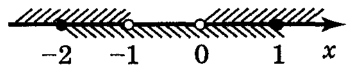

Рис. 170

Розв'язком першої нерівності (рис. 168) є (- ∞ ; -1) □ (0; + ∞).

Розв'язком другої нерівності (рис. 169) є [-2; 1].

Тоді маємо (рис. 170) $x \in$ [-2;-1) □ (0;1].

Відповідь: [-2; -1) □ (0; 1].

IV. формування умінь розв'язувати логарифмічні нерівності.

Виконання вправ № 58 (2; 3; 7; 8; 10; 11; 12).

V. Підведення підсумків уроку.

VI. Домашнє завдання.

Розділ V § 3. Запитання і завдання для повторення розділу V № 33—34. Вправа № 58 (1; 4; 5; 6; 9).