

УРОК 58

Тема уроку: Розв'язування логарифмічних рівнянь.

Мета уроку: формування умінь учнів розв'язувати логарифмічні рівняння різними методами: зведення логарифмічного рівняння до алгебраїчного; метод потенціювання; зведення логарифмів до однієї і тієї самої основи; метод логарифмування та графічний метод.

I. Перевірка домашнього завдання.

1. Усне розв'язування логарифмічних рівнянь з використанням таблиці 24 для усних обчислень «Логарифмічні рівняння».

Таблиця 24

Логарифмічні рівняння

	1	2	3	4	5
1	$\log_5 x = 2$	$2^{\log_2 x} = 4$	$\log_9 x = \frac{1}{2}$	$\log_7 x = 1$	$\log_3 x = -2$
2	$\log_2(-x) = -3$	$\log_5(x-2) = 2$	$2^{\log_2 x^2} = 4$	$\lg(x+3) = \lg x$	$\lg(x+1) = \lg(x+1)$
3	$\lg(2x+1) = \lg x$	$\lg x^2 = 0$	$\log_2(x-4) = 3$	$\log_3(x-1) = 0$	$\log_3(x-1) = 1$
4	$\lg(x-3) = -2$	$\lg(5-x) = -1$	$\lg x = 1$	$\lg x = -1$	$\lg \cos x = 1$
5	$\log_{x+1} 2 = 1$	$\log_x 5 = \frac{1}{2}$	$\lg \sin x = 0$	$\lg \lg x = 0$	$\lg \lg x = 1$

2. Обговорення запитань, що виникли під час виконання домашніх завдань.

II. Сприймання і усвідомлення різних методів розв'язування логарифмічних рівнянь.

1. Метод зведення логарифмічного рівняння до алгебраїчного.

Приклад. Розв'яжіть рівняння $\log^2 x - 3\log_2 x = 4$.

Розв'язання

Позначимо $\log_2 x$ через y . Дане рівняння набере вигляду:

$$y^2 - 3y = 4; \quad y^2 - 3y - 4 = 0; \quad y_1 = 4; \quad y_2 = -1.$$

Звідси $\log_2 x = 4$, $\log_2 x = -1$;

$$x = 2^4; \quad x = 2^{-1};$$

$$x = 16, \quad x = \frac{1}{2}.$$

Перевірка: 1) $\log^2 16 - 3 \log_2 16 = 16 - 12 = 4$;

$$2) \log^2 \frac{1}{2} - 3 \log_2 \frac{1}{2} = -1 + 3 = 4.$$

Відповідь: $16; \frac{1}{2}$.

2. Метод потенціювання.

Приклад. Розв'яжіть рівняння $\log_5(x-1) + \log_5(x-2) = \log_5(x+2)$.

Розв'язання

Пропотенціюємо дану рівність і одержимо:

$$\log_5((x-1)(x-2)) = \log_5(x+2); \quad (x-1)(x-2) = x+2; \quad x^2 - 2x - x + 2 = x + 2;$$
$$x^2 - 4x = 0; \quad x(x-4) = 0; \quad x = 0 \text{ або } x = 4.$$

Перевірка:

1) Значення $x = 0$ не є коренем рівняння, тому що вирази $\log_5(x-1)$ і $\log_5(x-2)$ не мають смислу при $x = 0$.

2) $\log_5(x-1) + \log_5(x-2) = \log_5(4-1) + \log_5(4-2) = \log_5 3 + \log_5 2 = \log_5(2 \cdot 3) = \log_5 6$.
 $\log_5(x+2) = \log_5(4+2) = \log_5 6$.

Отже, $x = 4$ — корінь.

Відповідь: 4.

3. Метод зведення логарифмів до однієї і тієї ж основи.

Приклад. Розв'яжіть рівняння $\log_3 x - 2 \log_{\frac{1}{3}} x = 3$.

Розв'язання

$$\log_3 x - 2 \log_{\frac{1}{3}} x = 3; \quad \log_3 x - 2 \cdot \frac{\log_3 x}{\log_3 \frac{1}{3}} = 3;$$
$$\log_3 x - 2 \cdot \frac{\log_3 x}{-1} = 3; \quad \log_3 x + 2 \log_3 x = 3;$$
$$3 \log_3 x = 3; \quad \log_3 x = 1; \quad x = 3.$$

Перевірка: $\log_3 3 - 2 \log_{\frac{1}{3}} 3 = 1 + 2 = 3$. Отже, $x = 3$ — корінь.

Відповідь: 3.

4. Метод логарифмування.

Приклад. Розв'яжіть рівняння $x^{\lg x} = 100x$.

Розв'язання

Прологарифмуємо обидві частини рівності ($x > 0$), одержимо:

$$\lg x^{\lg x} = \lg(100x); \quad \lg x \lg x = \lg 100 + \lg x; \quad \lg^2 x - \lg x - 2 = 0.$$

Замінімо $\lg x = y$. Рівняння прийме вигляд: $y^2 - y - 2 = 0$; $y_1 = 2$, $y_2 = -1$.

Тоді: 1) $\lg x = 2$; $x = 10^2$; $x = 100$. 2) $\lg x = -1$; $x = 10^{-1}$; $x = 0,1$.

Перевірка: 1) $x^{\lg x} = 100^{\lg 100} = 100^2$; $100x = 100 \cdot 100 = 100^2$.

Отже, $x = 100$ — корінь.

$$2) x^{\lg x} = 0,1^{\lg 0,1} = 0,1^{-1} = \frac{1}{0,1} = 10; \quad 100x = 100 \cdot 0,1 = 10.$$

Отже, $x = 0,1$ — корінь.

Відповідь: 100; 0,1.

5. Графічний метод розв'язування логарифмічних рівнянь.

Приклад. Розв'яжіть рівняння $\lg x = 1 - x$ графічно.

Розв'язання

В одній і тій самій системі координат будуємо графіки функції $y = \lg x$ і $y = 1 - x$ (рис. 165). Абсциса точки

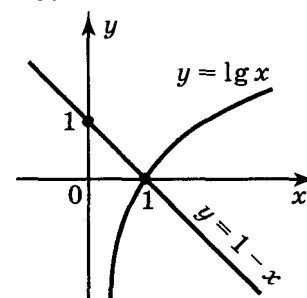


Рис. 165

перетину побудованих графіків дорівнює 1. Отже, $x = 1$ — корінь даного рівняння.

Відповідь: 1.

III. Набуття умінь розв'язувати логарифмічні рівняння.

Розв'язування вправ 52 (10; 14), 53 (4; 10), 54 (3; 9).

IV. Підведення підсумків уроку.

V. Домашнє завдання.

Розділ V § 3. Запитання і завдання для повторення розділу V № 26—31.
Вправи №№ 52 (9; 11), 53 (12), 54 (2; 7).