УРОК 57

Тема уроку: Логарифмічні рівняння.
Мета уроку: Формування умінь учнів розв'язувати логарифмічні рівняння.

І. Перевірка домашнього завдання.

1. Фронтальна бесіда за № 15—25 із «Запитання і завдання для повторення» розділу V та відповіді на запитання, які виникли в учнів у процесі виконання домашніх завдань.
2. Виконання вправ, аналогічних домашнім: № 47 (1; 3), 51.

ІІ. Засвоєння поняття найпростіших логарифмічних рівнянь та методів їх розв'язування.

Логарифмічними рівняннями називають рівняння, які містять змінну під знаком логарифма.

Приклади логарифмічних рівнянь:

$lg\, x = 1 + lg^2 x$, $log_3(x + 3) = 9$, $\sqrt{\lg x} = \lg\sqrt{x}$ і т. д.

Розв'язати логарифмічне рівняння — це означає знайти всі його корені або довести, що рівняння коренів не має.

Найпростіше логарифмічне рівняння має вигляд $log\, x = b$, де $a > 0$, $a \neq 1$, $x > 0$. За означенням логарифма випливає, що $x = a^b$.

Інший вигляд найпростішого логарифмічного рівняння такий:

$log_a x = log_a b$, де $a > 0$, $a \neq 1$, $x > 0$, $b > 0$.

Із цього рівняння випливає, що $x = b$. Дійсно із рівності $log_a x = log_a b$ на підставі означення логарифма і основної логарифмічної тотожності маємо:

$$x = a^{\log_a b} = b.$$

Найпростішим логарифмічним рівнянням є рівняння $log_x a = b$, де $x > 0$, $x \neq 1$, $a > 0$.

За означенням логарифма маємо: $x^b = a$, звідси $x = a^{\frac{1}{b}}$.

В основному, всі логарифмічні рівняння, які ми будемо розв'язувати, зводяться до розв'язування найпростіших рівнянь.

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння $log_3(2x + 1) = 2$.

Розв'язання

За означенням логарифма маємо:
$2x + 1 = 3^2$, $2x = 8$, $x = 4$.
Перевірка: $log_3(2 \cdot 4 + 1) = log_3 9 = 2$.
Відповідь: 4.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння $log_3 x = log_3(6 - x^2)$.

Розв'язання

Із рівності логарифмів чисел випливає: $x = 6 - x^2$; $x^2 + x - 6 = 0$;

$x_1 = -3$, $x_2 = 2$.

Перевірка:

1) Число -3 не є коренем даного рівняння, бо вираз $log_3(-3)$ — не визначений;
2) $log_3 x = log_3 2$; $log_3(6 - x^2) = \log_3(6 - 2^2) = log_3 2$.

Відповідь: 2.

Приклад 3. Розв'яжіть рівняння $log_{x+1}(2x^2 + 1) = 2$.

Розв'язання

За означенням логарифма маємо:

$2x^2 + 1 = (x + 1)^2$; $2x^2 + 1 = x^2 + 2x + 1$; $x^2 - 2x = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = 2$.

Перевірка:

1) Значення $x_1 = 0$ не є коренем даного рівняння, оскільки основа логарифма $x + 1$ не повинна дорівнювати 1.
2) $\log_{x+1}(2 \cdot 2^2 + 1) = \log_3 9 = 2$.

Відповідь: 2.

Відзначимо, що в описаних прикладах використовуються тільки такі перетворення, які не приводять до втрати коренів, але можуть привести до одержання сторонніх коренів. Тому перевірка кожного із одержаних коренів обов'язкова, якщо немає впевненості в рівносильності рівнянь.

Колективне розв'язування вправ № 53 (1; 3; 9), 54 (1), 52 (6; 13).

III. Підведення підсумків уроку.

IV. Домашнє завдання.

Розділ V § 3. Запитання і завдання для повторення розділу V № 26—29. Вправа № 52 (1—5).