УРОК 56

Тема уроку: Логарифмічна функція, її графік і властивості.

Мета уроку: Ознайомити учнів з логарифмічною функцією, її властивостями і графіком.

І. Перевірка домашнього завдання.

1. Три учні відтворюють розв'язування вправ № 13, 15, 20.
2. Розв'язування вправ, аналогічних домашнім.

а) Обчисліть: $\log_{\sqrt{8}} 4\sqrt{2}$; $\log_{\sqrt{5}} 25\sqrt{5}$.

Розв'язання

$$\log_{\sqrt{8}} 4\sqrt{2} = \log_{8^{\frac{1}{2}}} 2^2 2^{\frac{1}{2}} = \log_{(2^3)^{\frac{1}{2}}} 2^{2\frac{1}{2}} = \log_{2^{\frac{3}{2}}} 2^{\frac{5}{2}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{3}{2}} \log_2 2 = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}.$$

$$\log_{\sqrt{5}} 25\sqrt{5} = \log_{5^{\frac{1}{2}}} 5^{2\frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{2}} \log_5 5 = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{1} = 5.$$

б) Обчисліть $4^{\log_2 5 + 2\log_{0,25} 3}$.

Розв'язання

$$4^{\log_2 5 + 2\log_{0,25} 3} = 4^{\log_2 5} \cdot 4^{2\log_{\frac{1}{4}} 3} = (2^2)^{\log_2 5} \cdot 4^{-2\log_4 3} = \left(2^{\log_2 5}\right)^2 \cdot 4^{\log_4 3^{-2}} = 5^2 \cdot 3^{-2} =$$

$$= 25 \cdot \frac{1}{9} = \frac{25}{9} = 2\frac{7}{9}.$$

ІІ. Аналіз самостійної роботи, проведеної на попередньому уроці.

ІІІ. Засвоєння властивостей логарифмічної функції та її графіка.

!

Функція виду $y = \log_a x$, де a — задане число, $a > 0$, $a \neq 1$ називається логарифмічною функцією.

Логарифмічна функція має такі властивості:

1) Область визначення функції — множина всіх додатних чисел. Ця властивість випливає із означення логарифма, оскільки вираз $\log_a x$ має смисл тільки при $x > 0$.
2) Область значень логарифмічної функції — множина R усіх дійсних чисел. Ця властивість випливає з того, що для будь-якого дійсного числа b є таке додатне число x, що $\log_a x = b$, тобто рівняння $\log_a x = b$ має єдиний корінь. Такий корінь існує і дорівнює $x = a^b$, оскільки $\log_a a^b = b$.
3) Логарифмічна функція на всій області визначення зростає (при $a > 1$) або спадає (при $0 < a < 1$). Нехай $a > 1$. Доведемо, що якщо $x_2 > x_1 > 0$, то

$log_a\ x_2 > log_a\ x_1$. Користуючись основною логарифмічною тотожністю, умовою $x_2 > x_1$, можна записати $a^{\log_a x_2} > a^{\log_a x_1}$. З останньої нерівності за властивістю степеня з основою $a > 1$ маємо, що $log_a x_2 > log_a x_1$.

Нехай $0 < a < 1$. Доведемо, що якщо $x_2 > x_1 > 0$, то $log_a\ x_2 < log_a\ x_1$. Записавши умову $x_2 > x_1$ у вигляді $a^{\log_a x_2} > a^{\log_a x_1}$ одержуємо $log_a x_2 < log_a x_1$, оскільки $0 < a < 1$.

4) Якщо $a > 1$, то функція $y = log_a\ x$ приймає додатні значення при $x > 1$, від'ємні — при $0 < x < 1$. Якщо $0 < a < 1$, то функція $y = log_a\ x$ приймає додатні значення при $0 < x < 1$, від'ємні — при $x > 1$.

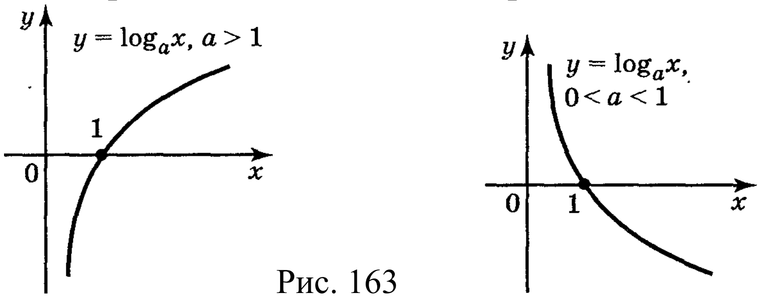

Рис. 163

Ця властивість випливає з того, що функція $y = log_a\ x$ приймає значення, рівне нулю, при $x = 1$ і є зростаючою на проміжку $x > 0$, якщо $a > 1$, і спадною, якщо $0 < a < 1$. Спираючись на доведені властивості, неважко побудувати графік функції $y = log_a\ x$ (рис. 163).

Графіки показникової функції і логарифмічної функції, які мають однакові основи, симетричні відносно прямої $y = x$ (рис. 164), бо функції $y = 0^x$ і $y = log_a\ x$ є взаємнооберненими.

IV. Осмислення властивостей логарифмічної функції.

1. Усне виконання вправ № 37—39, 40.
2. Письмове виконання вправ № 46, 50.

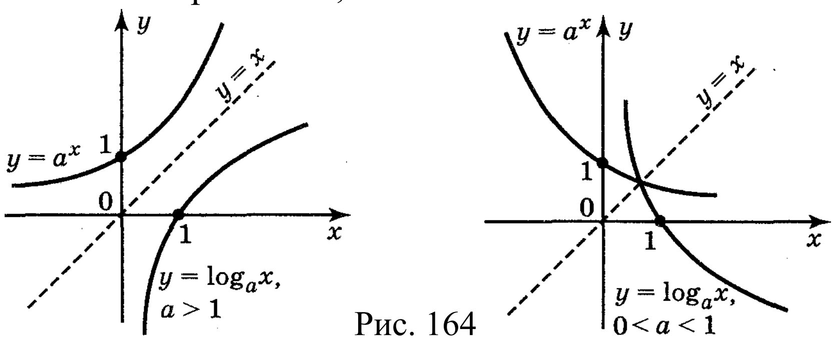

Рис. 164

V. Систематизація вивченого матеріалу.

Повторення властивостей логарифмічної функції і заповнення таблиці 23.

Таблиця 23

Логарифмічна функція

1. $D(y) = ...$
2. $E(y) = ...$

$a > 1$	$0 < a < 1$
3. Якщо $x_1 < x_2$ то	3. Якщо $x_1 < x_2$ то
…………………..	…………………..

4. $\log_a x > 0$, якщо	4. $\log_a x > 0$, якщо .....
$\log_a x = 0$, якщо	$\log_a x = 0$, якщо .....
$\log_a x < 0$, якщо	$\log_a x < 0$, якщо .....

VI. Підведення підсумків уроку.

VII.Домашнє завдання.

Розділ V § 2. Запитання і завдання для повторення до розділу V № 15—25. Вправи № 44, 49.