

УРОК 45

Тема уроку: Показникові рівняння.

Мета уроку: Формування умінь учнів розв'язувати найпростіші показникові рівняння.

I. Перевірка домашнього завдання.

1. Учитель відповідає на питання учнів, що виникли в процесі виконання домашніх завдань.

2. Самостійна робота

I варіант

II варіант

Початковий рівень (2 бали)

1) Які з поданих функцій $y = 5^x$; $y = \left(\frac{1}{7}\right)^x$; $y = (\sqrt{3})^x$; $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$ є зростаючими? | спадними?

Середній рівень (3 бали)

2) Порівняйте числа:

а) $\sqrt{0,115^3}$ і $\sqrt{0,115^4}$;

а) $\sqrt{2,61^5}$ і $\sqrt{2,61^3}$;

б) $\frac{1}{\sqrt{0,7}}$ і $\frac{1}{\sqrt{0,7^3}}$.

б) $\frac{1}{\sqrt{0,5^3}}$ і $\frac{1}{\sqrt{0,5^5}}$.

Достатній рівень (3 бали)

3) Знайдіть множину значень функції:

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$.

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$

Високий рівень (4 бали)

4) Побудуйте графік функції

$y = 2^{-|x|} - 2$.

$y = |2^{-x} - 2|$.

Відповіді:

I варіант.

1. Функції $y = 5^x$, $y = (\sqrt{3})^x$ є зростаючими.

2. а) $\sqrt{0,115^3} = 0,115^{\frac{3}{2}}$; $\sqrt{0,115^4} = 0,115^2$.

Оскільки функція $y = 0,115^x$ спадна і $\frac{3}{2} < 2$, то $\sqrt{0,115^3} > \sqrt{0,115^4}$.

б) $\frac{1}{\sqrt{0,7}} = 0,7^{-\frac{1}{2}}$, $\frac{1}{\sqrt{0,7^3}} = 0,7^{-\frac{3}{2}}$.

Оскільки $-\frac{1}{2} > -\frac{3}{2}$ і функція $y = 0,7^x$

спадна, то $\frac{1}{\sqrt{0,7}} < \frac{1}{\sqrt{0,7^3}}$.

2 варіант.

1. Функції $y = \left(\frac{1}{7}\right)^x$ і $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$ є спадними.

2. а) $\sqrt{2,61^5} = 2,61^{\frac{5}{2}}$, $\sqrt{2,61^3} = 2,61^{\frac{3}{2}}$.

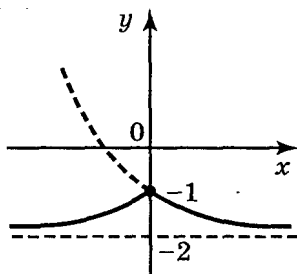
Оскільки $\frac{5}{2} > \frac{3}{2}$ і функція $y = 2,61^x$

зростаюча, то $2,61^{\frac{5}{2}} > 2,61^{\frac{3}{2}}$, отже

$\sqrt{2,61^5} > \sqrt{2,61^3}$;

б) $\frac{1}{\sqrt{0,5^3}} = 0,5^{-\frac{3}{2}}$, $\frac{1}{\sqrt{0,5^5}} = 0,5^{-\frac{5}{2}}$. Оскільки

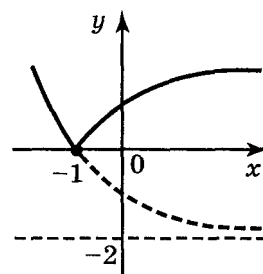
3. Оскільки $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 0$, то $\left(\frac{1}{2}\right)^x - 1 > -1$.
Отже $y > -1$.



4. (Рис. 150.)

Рис. 150

$-\frac{3}{2} > -\frac{5}{2}$ і функція $y = 0,5^x$ спадна,
то $0,5^{-\frac{3}{2}} < 0,5^{-\frac{5}{2}}$, отже $\frac{1}{\sqrt{0,5^3}} < \frac{1}{\sqrt{0,5^5}}$.
3. $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 0$, тоді $\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1 > +1$.
Отже $y > 1$.



4. (Рис. 151.)

Рис. 151

II. Сприймання і усвідомлення нового матеріалу.



Показниковими називаються рівняння, у яких невідоме міститься в показнику степеня при постійних основах.

Наприклад. Рівняння $2^x + 3 = 0$; $3^{x+1} - 3^x - 1 = 0$ є показниковими.

Найпростішим показниковим рівнянням є рівняння $a^x = b$, де $a > 0$, $a \neq 1$, Оскільки множина значень функції $y = a^x$ — множина додатних чисел, то рівняння $a^x = b$:

- 1) має один корінь, якщо $b > 0$ (рис. 152);
- 2) не має коренів, якщо $b < 0$ (рис. 153).

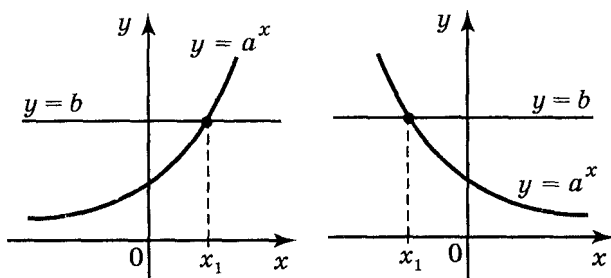


Рис. 152

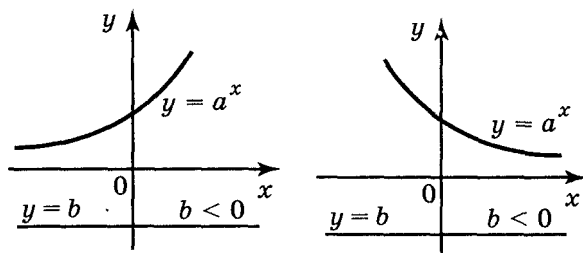


Рис. 153

Для того щоб розв'язати рівняння $a^x = b$, де $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, треба b подати у вигляді $b = a^c$, тоді будемо мати $a^x = a^c$, звідси $x = c$.

Розглянемо приклади.

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння $5^x = 125$.

Розв'язання

Оскільки $5^x = 125$, а $125 = 5^3$, то маємо $5^x = 5^3$, звідси $x = 3$.

Відповідь: 3.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння $\left(\frac{1}{7}\right)^x = 49$.

Розв'язання

Оскільки $49 = 7^2 = \left(\frac{1}{7}\right)^{-2}$, то $\left(\frac{1}{7}\right)^x = \left(\frac{1}{7}\right)^{-2}$, звідси $x = -2$.

Відповідь: -2.

Приклад 3. Розв'яжіть рівняння $15^{x^2-5x+6} = 1$.

Розв'язання

Оскільки $1 = 15^0$, то $15^{x^2-5x+6} = 15^0$, $x^2 - 5x + 6 = 0$, звідси $x_1 = 2$, $x_2 = 3$.

Відповідь: 2; 3.

Приклад 4. Розв'яжіть рівняння $2^{x-2} = -2$.

Розв'язання

Оскільки $2^{x-2} > 0$ при всіх значеннях x , то рівняння коренів не має. *Відповідь:* немає коренів.

III. Набуття умінь у розв'язуванні простіших показникових рівнянь.

Початковий рівень

1. Які з чисел 0; 1; 2 є коренями рівняння $5^{x+2} = 125$?

Відповідь: 1.

2. Розв'яжіть рівняння: а) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$; б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} = \frac{1}{3}$; в) $5^{2x-1} = 5^3$; г) $7^{x-2} = 7^3$;

Відповідь: а) 3; б) 0; в) 2; г) 5.

3. Розв'яжіть рівняння: а) $2^x = 32$; б) $10^x = 1000$; в) $3^x = \frac{1}{9}$; г) $5^x = \frac{1}{25}$; д) $13^x = 1$.

Відповідь: а) 5; б) 3; в) -2; г) -2; д) 0.

Середній рівень

1. Розв'язати рівняння: а) $2^{x-1} = 4$; б) $0,5^{2x-1} = 0,125$; в) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} = \frac{1}{81}$; г) $27^x = \frac{1}{27}$.

Відповідь: а) 3; б) 2; в) 3; г) -1.

2. Розв'яжіть рівняння: а) $2^x - 2 = 0$; б) $3^x - 1 = 0$; в) $5^{x-1} - 1 = 0$; г) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x + 1 = 0$.

Відповіді: а) 1; б) 0; в) 1; г) коренів немає.

3. Розв'яжіть рівняння: а) $3^x \cdot 3 = 81$; б) $2 \cdot 2^x = 32$; в) $5 \cdot 3^x = 15$; г) $7 \cdot 2^x = 28$.

Відповідь: а) 3; б) 4; в) 1; г) 2.

Достатній рівень

1. Розв'яжіть рівняння: а) $5^{x^2+x-12} = 1$; б) $3^{\frac{x-1}{x+1}} = 9$; в) $\frac{1}{7^{x^2-2x-3}} = 1$; г) $5^{\frac{1}{x}} = 125$.

Відповідь: а) -4; 3; б) -3; в) 3; -1; г) $-\frac{1}{3}$.

2. Розв'яжіть рівняння:

а) $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64}$; б) $\sqrt{2^x} \cdot \sqrt{3^x} = 36$; в) $\sqrt{2^x} = 4$; г) $\left(\frac{1}{5}\right)^x : 2^x = 0,01$.

Відповідь: а) 3; б) 4; в) 4; г) 2.

3. Розв'яжіть рівняння: а) $2^{x^2+2x-0,5} = 4\sqrt{2}$; б) $2^{x^2-6x+0,5} = \frac{1}{16\sqrt{2}}$.

Відповідь: а) -3; 1; б) 1; 5.

Високий рівень

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $5^{2x^2-2x} = 6^{2x^2-2x}$; б) $5^{x+1} = 8^{x+1}$; в) $7^{x-2} = 4^{2-x}$; г) $3^{\frac{x+2}{4}} = 5^{x+2}$.

Відповідь: а) 0; 1; б) -1; в) 2; г) -2.

2. Розв'яжіть рівняння: а) $6^{1+|x|} = 36$; б) $3^{|x-2|} = 9$.

Відповідь: а) -1; 1; б) 0; 4.

3. Розв'яжіть рівняння: а) $\left(\frac{1}{\pi}\right)^{|x|} = x^2 + 1$; б) $\pi^{|x|} = \cos x$.

Відповідь: а) 0; б) 0.

IV. Підсумок уроку.

V. Домашнє завдання.

Розділ IV § 2 стор. 214—216. № 29, 30 з «Запитання і завдання для повторення». № 1 (1—10).