

УРОК 38

Тема уроку: Розв'язування ірраціональних рівнянь, систем з ірраціональними рівняннями.

Мета уроку: Формування умінь розв'язувати ірраціональні рівняння, системи з ірраціональними рівняннями.

I. Перевірка домашнього завдання.

- Відповіді на запитання учнів, що виникли в процесі виконання домашніх завдань.
- Фронтальна бесіда за питаннями № 49—53 із «Запитання і завдання для повторення» до розділу III.
- Усне розв'язування рівнянь (таблиця 16).

Таблиця 16

	1	2	3	4	5
1	$\sqrt{x} = -2$	$\sqrt[3]{x} = -2$	$\sqrt{x+1} = -2$	$\sqrt[3]{x+1} = 0$	$3 + \sqrt{x} = 0$
2	$\sqrt{x^2} = 9$	$\sqrt{x} = 4$	$\sqrt{x+1} = 1$	$\sqrt{x^2} = x$	$\sqrt{x^2} = -x$
3	$\sqrt[3]{x^3} = x$	$\sqrt{x+4} = 5$	$\sqrt{1-x} = 2$	$\sqrt{x^2-1} = \sqrt{7}$	$\sqrt{1+x^2} = 2$
4	$\sqrt{ x+1 } = 0$	$\sqrt{x-10} = 10 - x$	$\sqrt{x-2} + \sqrt{2-x} = 0$	$\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} + 1 = 0$	$\sqrt{1-x^2} = 2$
5	$\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} = -2$	$\sqrt{3x+6} + 2 = 1$	$\sqrt{x-2} + \sqrt{x-3} = 0$	$\sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} = 7$	$\sqrt{5+\sqrt{x-1}} = 2$

II. Формування умінь розв'язувати ірраціональні рівняння. Колективне розв'язування вправ

- Розв'яжіть рівняння $x^2 + 3x - 18 + 4\sqrt{x^2 + 3x - 6} = 0$.

Розв'язання

Нехай $\sqrt{x^2 + 3x - 6} = t$, $t > 0$, тоді $x^2 + 3x - 18 = t^2 - 12$ і дане рівняння стане таким: $t^2 - 12 + 4t = 0$, звідси $t_1 = -6$, $t_2 = 2$.

- $\sqrt{x^2 + 3x - 6} = -6$ – розв'язків немає.
- $\sqrt{x^2 + 3x - 6} = 2$, $x^2 + 3x - 6 = 4$, $x^2 + 3x - 10 = 0$, звідси $x = -5$ або $x = 2$.
Перевірка показує, що -5 і 2 — корені.

Відповідь: $-5; 2$.

- Розв'яжіть рівняння (вправа 77 (Г)): $\frac{\sqrt{21+x} + \sqrt{21-x}}{\sqrt{21+x} - \sqrt{21-x}} = \frac{21}{x}$.

Розв'язання

Домножимо чисельник і знаменник дробу лівої частини рівняння на $\sqrt{21+x} + \sqrt{21-x}$.

Тоді $\frac{x+21+2\sqrt{21+x} \cdot \sqrt{21-x} + 21-x}{21+x-21-x} = \frac{21}{x}$, $\frac{21+\sqrt{21+x} \cdot \sqrt{21-x}}{x} = \frac{21}{x}$,

$$21 + \sqrt{21+x} \cdot \sqrt{21-x} = 21, \quad \sqrt{21+x} \cdot \sqrt{21-x} = 0.$$

Звідси $21 - x = 0$ або $21 + x = 0$.

1) $21 - x = 0, x = 21;$ 2) $21 + x = 0, x = -21.$

Відповідь: 21; -21.

3. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[3]{8-x} + \sqrt[3]{x+1} = 3.$

Розв'язання

Піднесемо до куба обидві частини рівняння і одержимо:

$$8 - x + 3(\sqrt[3]{8-x})^2 \cdot \sqrt[3]{x+1} + 3\sqrt[3]{8-x} (\sqrt[3]{x+1})^2 + x + 1 = 27,$$

$$3\sqrt[3]{8-x} \sqrt[3]{x+1} (\sqrt[3]{8-x} + \sqrt[3]{x+1}) = 18.$$

За умовою $\sqrt[3]{8-x} + \sqrt[3]{x+1} = 3$, тому

$$3\sqrt[3]{8-x} \sqrt[3]{x+1} \cdot 3 = 18,$$

$$\sqrt[3]{8-x} \sqrt[3]{x+1} = 2,$$

$$x^2 - 7x = 0.$$

Звідси $x = 0, x = 7.$

Перевіркою впевняємося, що обидві корені є коренями даного рівняння.

Відповідь: 0; 7.

III. Формування умінь розв'язувати системи з ірраціональними рівняннями.

Колективне розв'язування вправ

1. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4, \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 2. \end{cases}$$

Розв'язання

Додавши почленно ліві і праві частини рівнянь, одержуємо $2\sqrt{x} = 6$,
звідси $\sqrt{x} = 3, x = 9.$

Віднявши почленно ліві і праві частини рівнянь, одержуємо $2\sqrt{y} = 2$,
звідси $\sqrt{y} = 1, y = 1.$

Відповідь: (9; 1).

2. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} \sqrt[4]{x+y} - \sqrt[4]{x-y} = 2, \\ \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 8. \end{cases}$$

Розв'язання

Введемо нові змінні: $\sqrt[4]{x+y} = a, \sqrt[4]{x-y} = b$. Дана система приймає вигляд:

$$\begin{cases} a - b = 2, \\ a^2 - b^2 = 8; \end{cases} \begin{cases} a - b = 2, \\ (a - b)(a + b) = 8; \end{cases} \begin{cases} a - b = 2, \\ 2(a + b) = 8; \end{cases} \begin{cases} a - b = 2, \\ (a + b) = 4; \end{cases} \begin{cases} 2a = 6, \\ 2b = 2; \end{cases} \begin{cases} a = 3, \\ b = 1; \end{cases}$$

Повертаючись до даних змінних, одержимо:

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} = 3, \\ \sqrt{x-y} = 1; \end{cases} \begin{cases} (\sqrt[4]{x+y})^4 = 3^4, \\ (\sqrt[4]{x-y})^4 = 1^4; \end{cases} \begin{cases} x+y = 81, \\ x-y = 1; \end{cases} \begin{cases} 2x = 82, \\ 2y = 80; \end{cases} \begin{cases} x = 41, \\ y = 40; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt[4]{41+40} - \sqrt[4]{41-40} = 3-1=2, \\ \sqrt{41+40} - \sqrt{41-40} = 9-1=8. \end{cases}$$

Перевірка;

Відповідь: (41; 40).

III. Підведення підсумків уроку.

IV. Домашнє завдання.

Розділ III § 2 (2). Запитання і завдання для повторення розділу III № 54.
Вправи № 71 (3), 67 (1), 79 (1).