10 клас **УРОК 7**

Тема уроку: Корінь *n*-го степеня. Арифметичний корінь *n*-го степеня, його властивості.

Мета уроку: Повторити відомості про квадратний корінь. Формування понять корінь *n*-го степеня і арифметичний корінь *n*-го степеня. Вивчення властивостей коренів *n*-го степеня. Розвивати вміння розвязувати задачі на знаходження кореня *n*-го степеня

І. Аналіз контрольної роботи

ІІ. Повторення відомостей про квадратний корінь.

Повторити відомості про квадратний корінь у вигляді фронтальної бесіди

Питання до класу

1. Що називається квадратним коренем з числа?
2. Чому дорівнює квадратний корінь з чисел:

   а) 25; б)16; в) 100; г) 0; д) -10?
3. Чому квадратний корінь з від'ємного числа не існує?
4. Що називається арифметичним квадратним коренем з числа а?

ІІІ. Сприймання і усвідомлення нового матеріалу (таблиця 14).

Коренем *n*-го степеня із дійсного числа *а* називається число, *n*-й степінь якого дорівнює *а.*

Наприклад: корінь третього степеня із числа 8 дорівнює 2, бо $2^3 = 8$. Корінь четвертого степеня з числа 81 є числа 3 і -3, бо $3^4 = 81$, $(-3)^4 = 81$.

Згідно даного означення, корінь *n*-го степеня — це корінь рівняння $x^n = a$. Число коренів цього рівняння залежить від *n* і *а.*

Якщо *n* — парне, тобто $n = 2k$, $k \in N$, то рівняння $x^{2k} = a$ має два корені, якщо $a > 0$; один корінь, якщо $a = 0$; не має коренів, якщо $a < 0$.

Якщо *n* — непарне, тобто $n = 2k + 1$, $k \in N$, то рівняння $x^{2k+1} = a$ завжди має лише один корінь.

Невід'ємний корінь рівняння $x^n = a$ називають арифметичним коренем *n*-го степеня із числа *а.*

Арифметичним коренем *n*-го степеня із невід'ємного числа *а* називається таке невід'ємне число, *n*-й степінь якого дорівнює *а.*

Арифметичний корінь *n*-го степеня із числа *а* позначають так: $\sqrt[n]{a}$. Число *n* називають показником кореня, число *а* — підкореневим числом (виразом).

Якщо $n = 2$, то замість $\sqrt[2]{a}$ пишуть $\sqrt{a}$ і називають арифметичним квадратним коренем.

Арифметичний корінь третього степеня називають кубічним коренем.

У тих випадках, коли зрозуміло, що мова йде про арифметичний корінь *n*-го степеня, коротко говорять «корінь n-го степеня».

Приклад. Знайдемо значення: -

а) $\sqrt[3]{8}$;   б) $\sqrt[4]{81}$;   в) $\sqrt[5]{1}$;   г) $\sqrt[100]{0}$.

а) $\sqrt[3]{8}$ = 2, оскільки $2^3 = 8$ і $2 > 0$;

б) $\sqrt[4]{81}$ = 3, оскільки $3^4 = 81$ і $3 > 0$;

в) $\sqrt[5]{1}$ = 1, оскільки $1^5 = 1$ і $1 > 0$;

г) $\sqrt[100]{0}$ = 0 , оскільки $0^{100} = 0$.

Корінь парного степеня існує лише з невід'ємних чисел, отже, вираз $\sqrt[2k]{a}$ має смисл, якщо $a \geq 0$ і набуває невід'ємних значень.

Корінь непарного степеня існує з будь-якого дійсного числа і до того ж тільки один.

Для коренів непарного степеня справедлива рівність $\sqrt[2k+1]{-a} = -\sqrt[2k+1]{a}$.

Дійсно $\left(-\sqrt[2k+1]{a}\right)^{2k+1} = (-1)^{2k+1}\left(\sqrt[2k+1]{a}\right)^{2k+1} = -a$.

Рівність $\sqrt[2k+1]{-a} = -\sqrt[2k+1]{a}$ дозволяє виразити корінь непарного степеня з від'ємного числа через арифметичний корінь того ж степеня.

Приклад. Знайдемо значення:

а) $\sqrt[3]{-8}$;   б) $\sqrt[5]{-32}$;   в) $\sqrt[3]{-27}$.

а) $\sqrt[3]{-8}$ = - $\sqrt[3]{8}$ = -2; б) $\sqrt[5]{-32}$ = - $\sqrt[5]{32}$ = -2 ; в) $\sqrt[3]{-27}$ = - $\sqrt[3]{27}$ = -3 .

Отже, вираз $\sqrt[2k+1]{a}$ має смисл для будь-якого $a \in$ R і може набувати будь-яких значень.

<u>Виконання вправ</u>

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $x^3 = 64$;   б) $x^5 = -\frac{1}{32}$;   в) $x^4 = 81$; г) $x^6 = -64$;   д) $x^3 = 15$;   е) $x^4 = 15$. *Відповідь:* а) 4; б) $-\frac{1}{2}$; в) 3; - 3; г) немає коренів; д) $\sqrt[3]{15}$; е) $\sqrt[4]{15}$; - $\sqrt[4]{15}$.

Ми згадали властивості квадратного кореня. Аналогічні властивості мають і корені n-го степеня.

!

Властивість 1. Для невід'ємних чисел a і b добуток коренів n-го степеня із чисел a і b дорівнює кореню n-го степеня із їх добутку: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$.

Властивість 2. Для невід'ємного числа a і додатного числа b частка коренів n-го степеня із чисел a і b. дорівнює кореню n-го степеня із їх частки: $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$.

Властивість 3. Будь-який цілий степінь k кореня n-го степеня із невід'ємного числа a дорівнює кореню n-го степеня із степеня k числа a: $\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$.

Властивість 4. Щоб добути корінь із кореня із невід'ємного числа можна перемножити показники коренів, а підкореневий вираз залишити без змін: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$.

Властивість 5. Значення кореня із степеня невід'ємного числа не зміниться, якщо показник кореня і показник підкореневого виразу помножити (або поділити) на одне і те саме натуральне число: $\sqrt[np]{a^{mp}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Виконання вправ

1. Знайдіть значення виразів:

а) $\sqrt[3]{0,027 \cdot 125}$; б) $\sqrt[4]{256 \cdot 0,0081}$; в) $\sqrt[3]{\frac{125}{1000}}$; г) $\sqrt[4]{\frac{625}{16}}$; д) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$.

Відповідь: а) 1,5; б) 1,2; в) 0,5; г) 2,5; д) $\frac{3}{2}$.

2. Обчисліть:

а) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{500}$; б) $\sqrt[4]{324} \cdot \sqrt[4]{4}$; в) $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$; г) $\frac{\sqrt[4]{80}}{\sqrt[4]{5}}$.

Відповідь: а) 10; б) 6; в) 3; г) 2.

3. Знайдіть корінь із степеня:

а) $\sqrt[3]{5^9}$; б) $\sqrt[5]{0,3^{10}}$; в) $\sqrt[5]{0,3^{10} \cdot 2^{15}}$; г) $\sqrt[10]{\left(\frac{1}{2}\right)^{20} \cdot 4^{30}}$.

Відповідь: а) 125; б) 0,09; в) 0,72; г) 16.

4. Спростіть вирази:

а) $\sqrt[8]{\sqrt[3]{25}}$; б) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{27}}$; в) $\sqrt[4]{\sqrt{4}}$; г) $\sqrt[3]{\sqrt{5}}$.

Відповідь: а) $\sqrt[24]{25} = \sqrt[12]{5}$; б) $\sqrt[3]{3}$; в) $\sqrt[4]{2}$; г) $\sqrt[6]{5}$.

IV. Підсумок проведення уроку.

V. Домашнє завдання.