

УРОК 30

Тема уроку: Розв'язування тригонометричних нерівностей.

Мета уроку: Формування умінь учнів розв'язувати тригонометричні нерівності.

I. Перевірка домашнього завдання.

1. Відповіді на запитання, які виникли у учнів при виконанні домашнього завдання.

2. Фронтальна бесіда з учнями з використанням рис. 135.

1) Які дуги відповідають нерівностям:

$$\operatorname{tg} t > a, \operatorname{tg} t < a, \operatorname{tg} t > -a, \operatorname{tg} t < -a?$$

2) Нехай $\angle AOB = \frac{\pi}{4}$. Запишіть у вигляді нерівності дугу, яка відповідає нерівності:

$$\operatorname{tg} x \geq a, \operatorname{tg} x \leq a, \operatorname{tg} x \geq -a, \operatorname{tg} x \leq -a.$$

3) Розв'яжіть нерівності:

$$\operatorname{tg} x \geq 0; \operatorname{tg} x \leq 0; \operatorname{ctg} x \geq 0; \operatorname{ctg} x \leq 0.$$

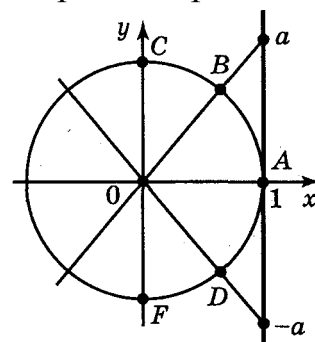


Рис. 135

II. Формування умінь розв'язувати тригонометричні нерівності.

1. Розв'яжіть нерівності:

а) $2\sin \frac{2x}{3} \leq -\sqrt{2}$; б) $2\sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1$; в) $3\operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{6} + \frac{x}{2}\right) > -\sqrt{3}$; г) $\sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) \geq 1$.

Відповідь: а) $\left[-\frac{9\pi}{8} + 3\pi n; -\frac{3\pi}{8} + 3\pi n\right], n \in \mathbb{Z}$; б) $\left[-\frac{17\pi}{12} + 2\pi n; -\frac{\pi}{12} + 2\pi n\right], n \in \mathbb{Z}$;
в) $\left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \pi + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$; г) $[4\pi n; \pi + 4\pi n], n \in \mathbb{Z}$.

2. Розв'яжіть нерівності:

а) $\sin \left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) \cos \left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) \geq -\frac{\sqrt{3}}{4}$; б) $2\sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) < \frac{1}{2}$;

в) $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x < 0$; г) $\sin^2 x + 2\sin x < 0$.

Відповідь: а) $\left[-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}\right], n \in \mathbb{Z}$; б) $\left(-\frac{5\pi}{24} + \pi n; -\frac{\pi}{24} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$;

в) $\left(-\frac{2\pi}{3} + \pi n; -\frac{\pi}{6} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$; г) $(-\pi + 2\pi n; 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$.

III. Самостійна робота.

Варіант 1

Розв'яжіть нерівності:

а) $2\sin x < -1$. (4 бали) б) $-3\operatorname{tg} x \geq \sqrt{3}$. (4 бали) в) $2 \cos \left(3x - \frac{\pi}{3}\right) < \sqrt{3}$. (4 бали)

Варіант 2

Розв'яжіть нерівності:

а) $2\cos x \geq \sqrt{3}$. (4 бали) б) $-\sqrt{3} \operatorname{tg} x \leq 3$. (4 бали) в) $2 \sin \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \geq -1$. (4 бали)

Відповідь: **В-1:** а) $\left(-\frac{2\pi}{3} + \pi n; -\frac{\pi}{6} + \pi n \right)$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; -\frac{\pi}{6} + \pi n \right]$, $n \in \mathbb{Z}$;
 в) $\left(\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{13\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3} \right)$, $n \in \mathbb{Z}$
В-2: а) $\left[-\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n \right]$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\left[-\frac{\pi}{3} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n \right)$, $n \in \mathbb{Z}$;
 в) $\left[\frac{\pi}{6} + 4\pi n; \frac{17\pi}{6} + 4\pi n \right]$, $n \in \mathbb{Z}$.

IV. Узагальнення відомостей про розв'язання тригонометричних нерівностей.

Питання до класу

1. При яких значеннях a має розв'язки нерівність а) $\sin t > a$; б) $\sin t < a$?
2. При яких значеннях b має розв'язки нерівність а) $\cos t > b$; б) $\sin t < b$?
3. Як знайти розв'язки нерівностей
 а) $\sin t > a$; б) $\sin t < a$; в) $\cos t > b$; г) $\cos t < b$?
4. Як знайти розв'язки нерівностей
 а) $\operatorname{tg} t > a$; б) $\operatorname{tg} t < a$; в) $\operatorname{ctg} t > b$; г) $\operatorname{ctg} t < b$?

У ході обговорення питань заповнюється таблиця 12 на дошці і в зошитах учнів.

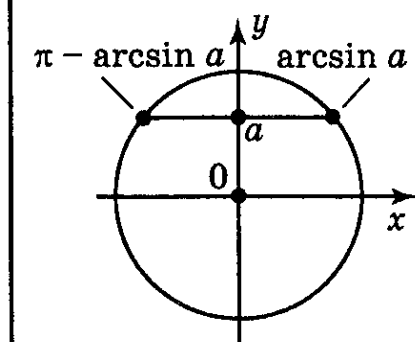
V. Підведення підсумків уроку.

VI. Домашнє завдання.

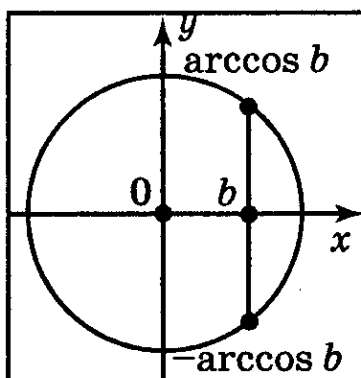
Розв'яжіть нерівності:

$$\text{а) } \sin \left(\frac{3\pi}{2} - x \right) < \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \text{б) } \cos^2 \frac{x}{4} - \sin^2 \frac{x}{4} \geq -0,5; \quad \text{в) } \sin x + \sqrt{3} \cos x > 0.$$

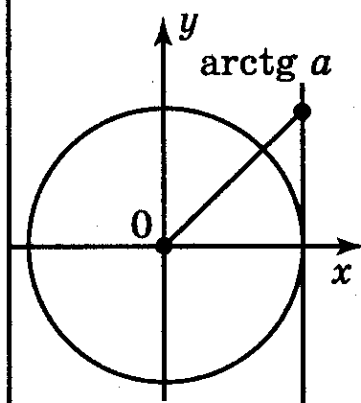
Тригонометричні нерівності



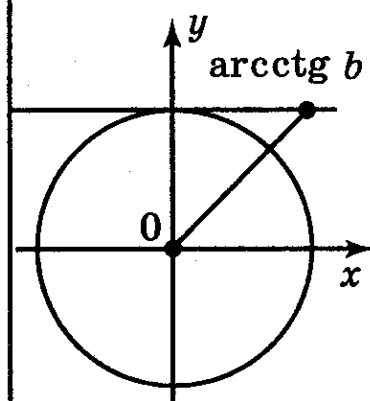
	$a < -1$	$-1 \leq a \leq 1$	$a > 1$
$\sin t > a$	$t \in R$	$\arcsin a + 2\pi n \leq t \leq \pi - \arcsin a + 2\pi n, n \in Z$	розв'язків немає
$\sin t < a$	не має розв'язків	$-\pi - \arcsin a + 2\pi n \leq t \leq \arcsin a + 2\pi n, n \in Z$	$t \in R$



	$b < -1$	$-1 \leq b \leq 1$	$b > 1$
$\cos t > b$	$t \in R$	$-\arccos b + 2\pi n \leq t \leq \arccos b + 2\pi n, n \in Z$	не має розв'язків
$\cos t < b$	не має розв'язків	$\arccos b + 2\pi n \leq t \leq 2\pi - \arccos b + 2\pi n, n \in Z$	$t \in R$



$\operatorname{tg} t > a$	$\arctg a + \pi n < t < \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$
$\operatorname{tg} t < a$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < t < \arctg a + \pi n, n \in Z$



$\operatorname{ctg} t > b$	$\pi n < t < \operatorname{arcctg} b + \pi n, n \in Z$
$\operatorname{ctg} t < b$	$\operatorname{arcctg} b + \pi n < t < \pi + \pi n, n \in Z$