

УРОК 26

Тема уроку: Розв'язування дробово-раціональних рівнянь.

Мета уроку: Познакомити учнів з розв'язуванням дробово-раціональних рівнянь відносно тригонометричних функцій, формувати уміння учнів розв'язувати дробово-раціональні рівняння і проводити відбір коренів за допомогою одиничного кола.

I. Перевірка домашнього завдання.

1. Відповіді на запитання учнів, які виникли у них при виконанні домашнього завдання.
2. Розв'язування аналогічних вправ.

Розв'яжіть рівняння:

а) $\sin 2x + 2\cos 2x = 1$; б) $1 + \cos x = \sin x$; в) $3\sin x - 3\cos x = 5$.

Відповідь: а) $\arctg \frac{1}{3} + \pi n, \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$; б) $\pi + 2\pi n, \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$;
в) розв'язків немає.

II. Сприймання і усвідомлення нового матеріалу.

$$\frac{2 \sin^2 x - 3 \sin x}{1 + \cos x} = 0$$

1. Розв'яжемо рівняння

Розв'язання

Дріб дорівнює нулю, коли чисельник дорівнює нулю, а знаменник відмінний від-нуля:

$$\begin{cases} 2 \sin^2 x - 3 \sin x = 0 \\ 1 + \cos x \neq 0 \end{cases} \quad (1)$$

Розв'яжемо перше рівняння системи:

$$2 \sin^2 x - 3 \sin x = 0;$$

$$\sin x(2 \sin x - 3) = 0,$$

звідси $\sin x = 0$ або $2 \sin x - 3 = 0$;

1) $\sin x = 0$; $x = \pi n, n \in Z$;

2) $2 \sin x = 3$; $\sin x = \frac{3}{2}$ — розв'язків немає.

Друга умова $1 + \cos x \neq 0$ виконується, якщо $\cos x \neq -1$, тобто $x \neq \pi + \pi k, k \in Z$.

Отже, система (1) рівносильна системі:

$$\begin{cases} x = \pi k, n \in Z; \\ x \neq \pi + \pi k, k \in Z. \end{cases}$$

На одиничне коло нанесемо числа $x = \pi n, n \in Z$ (рис.125) і виберемо ті, які задовольняють умову $x \neq \pi + 2\pi k, k \in Z$. Це числа $x = 2\pi n, n \in Z$.

Відповідь: $2\pi n, n \in Z$.

2. Виконання вправ.

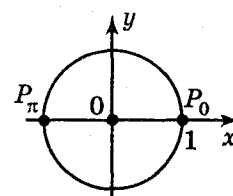


Рис. 125

1. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } \frac{2 \sin^2 x + 3 \sin x}{1 - \cos x} = 0; \quad \text{б) } \frac{\cos x + \cos 3x}{1 + \sin x} = 0;$$

$$\text{в) } \frac{1 + \sin^3 2x}{1 + \sin x} = 0; \quad \text{г) } \frac{\sin x + \sin 3x}{\cos x} = 0.$$

Відповідь: а) $\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, n \in \mathbb{Z}$;

в) $-\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; г) $\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

2. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } (1 - \sin x) \cdot \operatorname{tg} x = 0; \quad \text{б) } \operatorname{tg} 2x \cdot \sin 4x = 0; \quad \text{в) } \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = \cos x; \quad \text{г) } \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} x} = 0.$$

Відповідь: а) $\pi n, k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$; в) розв'язків немає; г) розв'язків немає.

III. Підведення підсумків уроку.

IV. Домашнє завдання.

Розділ II § 4 (приклад 1 і 2). Запитання і завдання для повторення розділу I № 20. Вправа № 2 (10; 18; 26; 38).