УРОК 23

Тема уроку: Розв'язування тригонометричних рівнянь способом зведення до однієї тригонометричної функції.

Мета уроку: Формування умінь учнів розв'язувати тригонометричні рівняння способом зведення до однієї тригонометричної функції (алгебраїчний спосіб).

І. Перевірка домашнього завдання.

1. Відповіді на питання, що виникли у учнів при виконанні домашніх завдань.
2. Самостійна робота.

<u>Варіант 1</u>

Розв'яжіть рівняння:

а) $\cos x = \frac{\pi}{3}$. *(3 бали)* б) $tg\,(x + 2) = 0$. *(3 бали)*

в) $1 + \mathrm{ctg}4x = 0$. *(3 бали)* г) $4\sqrt{3}\sin\left(3x - \frac{3\pi}{8}\right) - 6 = 0$. *(3 бали)*

<u>Варіант 2</u>

Розв'яжіть рівняння:

а) $\sin x = \frac{\pi}{2}$. *(3 бали)* б) $\mathrm{ctg}\,(x - 3) = 0$. *(3 бали)*

в) $\sqrt{3} - tg2x = 0$. *(3 бали)* г) $6\sqrt{3}\cos\left(2x + \frac{3\pi}{4}\right) + 9 = 0$. *(3 бали)*

Відповіді: **<u>В-1</u>**. а) розв'язків немає; б) $-2 + \pi n,\ n \in Z$;

в) $\frac{3\pi}{16} + \frac{\pi n}{4},\ n \in Z$; г) $(-1)^n\frac{\pi}{9} + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{3},\ n \in Z$.

<u>В-2.</u> а) розв'язків немає; б) $3 + \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$; в) $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2},\ n \in Z$;

г) $\pm\frac{5\pi}{12} - \frac{3\pi}{8} + \pi n,\ n \in Z$.

ІІ. Сприймання і усвідомлення нового матеріалу.

Деякі тригонометричні рівняння шляхом тотожних перетворень можна привести до рівнянь з однією тригонометричною функцією, потім зробити заміну і привести рівняння до алгебраїчного.

Розглянемо приклади.

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння $sin^2x + 4cos\ x = 2{,}75$.

Розв'язання

Замінивши sin^2x на $1 - cos^2x$, матимемо:

$$1 - cos^2x + 4cos\ x - 2{,}75 = 0,$$
$$-cos^2x + 4\ cos\ x - 1{,}75 = 0,$$
$$cos^2\ x - 4cos\ x + 1{,}75 = 0.$$

Нехай $\cos x = t$, тоді $t^2 - 4t + 1{,}75 = 0$.

Звідси $t_1 = \frac{1}{2}$. $t_2 = \frac{7}{2} > 1$.

Оскільки $t_2 > 1$, то $\cos x = \frac{7}{2}$ — розв'язків немає.

Оскільки $t_1 = \frac{1}{2}$, то $\cos x = \frac{1}{2}$, $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$.

Відповідь: $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$.

***Приклад** 2.* Розв'язати рівняння $\operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x = 4$.

Розв'язання

$$\operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x = -4,\ \operatorname{tg} x + \frac{3}{tgx} = 4.$$

Нехай $\operatorname{tg} x = t$, тоді $t + \frac{3}{t} = 4$, $t^2 - 4t + 3 = 0$, $t_1 = 1$ і $t_2 = 3$.

Маємо: 1) $\operatorname{tg} x = 1$, $x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$.

2) $\operatorname{tg} x = 3$, $x = \operatorname{arctg} 3 + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$.

Відповідь: $\frac{\pi}{4} + \pi n$, $\operatorname{arctg}3 + \pi n,\ n \in Z$.

III. Формування умінь і навичок учнів розв'язувати тригонометричні рівняння, що зводяться до алгебраїчних.

<u>Виконання вправ</u>

Розв'яжіть рівняння.

1. а) $2\sin^2 x + \cos x - 1 = 0$; б) $\operatorname{tg} x - 2\operatorname{ctg} x + 1 = 0$;
в) $6\sin^2 x + 5\cos x - 2 = 0$; г) $\operatorname{tg} x + 2ctg\, x = 3$.

Відповідь: а) $2\pi n$, $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$; б) $\frac{\pi}{4} + \pi n$, $-\operatorname{arctg} 2 + \pi n,\ n \in Z$;
в) $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$; г) $\operatorname{arctg} 2 + \pi n$, $\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$.

2. а) $\cos 2x + \sin x = 0$; б) $\cos 2x = 3 + 7\cos x$;
в) $3 + 5\sin 3x = \cos 6x$; г) $3\cos^2 6x + 8\sin 3x \cos 3x - 4 = 0$.

Відповідь: а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $(-1)^{n+1}\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$; б) $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$;
в) $(-1)^{n+1}\frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3},\ n \in Z$; г) $\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}$, $\frac{1}{6}(-1)^n \arcsin\frac{1}{3} + \frac{\pi n}{6}\ n \in Z$.

IV. Підсумки уроку.

V. Домашнє завдання.

Розділ II § 3 (1). Вправи: № 2 (13; 23; 30; 37).