УРОК 22

Тема уроку: Розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь.
Рівняння tg $t = a$.

Мета уроку: Засвоєння учнями виведення і застосування формули для знаходження коренів рівняння tg $t = a$ (ctg $t = a$).

Обладнання: Таблиця «Рівняння tg $t = a$ і ctg $t = a$».

I. Перевірка домашнього завдання.

1. Перевірити наявність домашніх завдань в зошитах учнів. Звірити розв'язання № 1 (8; 18) за записами на дошці.

Математичний диктант

Запишіть розв'язки рівнянь:

1) $\sin x = 0$; 2) $\sin x = 1$; 3) $\sin x = -1$; 4) $\sin 2x = 0$; 5) $\sin x = \frac{1}{2}$; 6) $\sin x = -\frac{1}{2}$; 7) $\cos x = 0$; 8) $\cos x = 1$; 9) $\cos x = -1$; 10) $\cos \frac{x}{2} = 1$; 11) $\cos x = \frac{1}{2}$; 12) $\cos x = -\frac{1}{2}$.

Відповідь: 1) $\pi n,\ n \in Z$; 2) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$; 3) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$; 4) $\frac{\pi n}{2},\ n \in Z$; 5) $(-1)^{n+1}\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$; 6) $(-1)^{n+1}\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$; 7) $\frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$; 8) $2\pi n,\ n \in Z$; 9) $\pi + 2\pi n,\ n \in Z$; 10) $4\pi n,\ n \in Z$; 11) $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$; 12) $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$.

II. Повідомлення теми уроку.

III. Сприймання і усвідомлення матеріалу про розв'язування рівняння *tg* $t = a$ (ctg $t = a$).

Демонструється таблиця 10.

Пояснення вчителя

Розв'язування рівняння tg $t = a$ зручно проілюструвати за допомогою лінії тангенсів (рис. 124). *tg t* — це ордината точки перетину прямої OP_t з лінією тангенсів. Відкладемо на осі тангенсів число *a,* через цю точку і початок координат проведемо пряму, яка перетне одиничне коло у двох точках P_{t_1} і P_{t_2}, тоді

$$\boxed{t = \operatorname{arctg} a + \pi n,\ n \in Z} \qquad (1)$$

Отже, рівняння tg $t = a$ при будь-якому значенні a має розв'язок.

Рівняння ctg $t = a$, де $a \neq 0$ рівносильне рівнянню tg $t = \frac{1}{a}$.

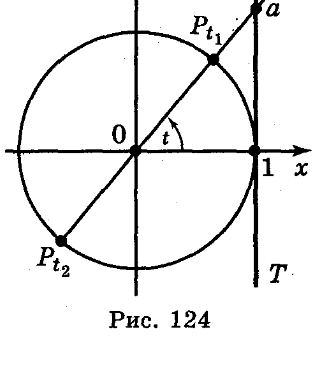

Рис. 124

Проте можна довести, що розв'язки рівняння ctg $t = a$

можна записати у вигляді:

$$\boxed{t = \text{arcctg}\, a + \pi n,\ n \in Z} \qquad (2)$$

Розглянемо приклади.

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння tg $x = \sqrt{3}$.

Розв'язання

По формулі (1) знаходимо $x = \text{arctg}\sqrt{3} + \pi n,\ n \in Z$.

Оскільки arctg $\sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$, то маємо: $x = \frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z$.

Відповідь: $\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z$.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння tg $x = 2$.

Розв'язання

За формулою (1) маємо: $x = \text{arctg}\, 2 + \pi n,\ n \in Z$. Значення arctg 2 можна знайти за допомогою мікрокалькулятора arctg2 $\approx$ 1,1, тоді $x \approx 1{,}1 + \pi n,\ n \in Z$.

Відповідь: arctg 2 + $\pi n \approx 1{,}1 + \pi n,\ n \in Z$.

Приклад 3. Розв'яжіть рівняння ctg $x - \sqrt{3} = 0$.

Розв'язання

ctg $x - \sqrt{3} = 0$; ctg $x = \sqrt{3}$; tg $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $x = \text{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}} + \pi n = \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$.

Відповідь: $\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$.

IV. Осмислення вивченого матеріалу.

<u>Виконання вправ</u>

Розв'яжіть рівняння.

1. а) $tg\, x + \sqrt{3} = 0$; б) ctg $x + 1 = 0$; в) $\sqrt{3}$ tg $x - 1 = 0$; г) $\sqrt{3}\, ctg\, x - 1 = 0$.

Відповідь: а) $-\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z$; б) $\frac{3\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$; в) $\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$; г) $\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z$.

2. а) $\sqrt{3}tg\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = 3$; б) $tg\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = -1$.

Відповідь: а) $3\pi n,\ n \in Z$; б) $\pi + 2\pi n,\ n \in Z$.

3. а) $3\text{tg}^2 x + 2\,\text{tg}\, x - 1 = 0$; б) $2\text{ctg}^2 x + 3\text{ctg}\, x - 2 = 0$;

в) tg $x - 2$ctg $x + 1 = 0$; г) $\sqrt{3}\,\text{tg}^2 x - 3\text{tg}\, x = 0$.

Відповідь: а) $-\frac{\pi}{4} + \pi n$ і arctg $\frac{1}{3} + \pi n,\ n \in Z$;

б) $\operatorname{arctg} 2 + \pi n$ і $-\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi n,\ n \in Z$;

в) $\frac{\pi}{4} + \pi n$ і $-\operatorname{arctg} 2 + \pi n,\ n \in Z$; г) πn і $\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z$.

V. Підведення підсумків уроку.

VI. Домашнє завдання.

Розділ II § 2 (3). Запитання і завдання для повторення розділу II № 13—15.

Вправа № 1 (4; 11; 12; 15; 16).

Таблиця 10