УРОК 19

Тема уроку: Обернені тригонометричні функції: y = arctg x, y = arcctg x.

Мета уроку: Вивчення властивостей обернених тригонометричних функцій: y = arctg x і y = arcctg x.

І. Перевірка домашнього завдання.

1. Фронтальна бесіда з класом за питаннями 6, 7, 9—12, до «Запитання і завдання для повторення» розділу II.

2. Самостійна робота.

<u>Варіант 1</u>

Обчисліть:

а) $\arcsin 1 - 2\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. *(2 бали)* б) $2\arccos 0{,}5 - 3\arcsin\frac{1}{2}$. *(2 бали)*

в) $\sin\left(\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$ *(2 бали)* г) $\sin\left(\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. *(3 бали)*

д) cos (π - arcsin (-1)). *(3 бали)*

<u>Варіант 2</u>

а) $2\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}$. *(2 бали)* б) $\frac{2}{\pi}\arcsin(-1) - \frac{1}{\pi}\arccos\frac{1}{\sqrt{2}}$. *(2 бали)*

в) $\cos\left(\arccos\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. *(2 бали)* г) $\cos\left(\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. *(3 бали)*

д) $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \arccos(-1)\right)$. *(3 бали).*

Відповіді: **<u>В-1:</u>** а) -π; б) $\frac{\pi}{6}$; в) -0,5; г) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; д) 0. **<u>В-2.</u>** а) $\frac{23\pi}{12}$; б)-1,25; в) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; г) $\frac{1}{2}$; д)1.

ІІ. Повідомлення теми уроку.

ІІІ. Сприймання і усвідомлення поняття arctg *a* і властивостей функції *y* = arctg *x*.

Функція $y = tg\, x$ на проміжку $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ зростає і приймає всі значення із R, тому для будь-якого a рівняння tg $x = a$ має єдиний корінь із проміжку $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$, який називається арктангенсом числа a і позначається arctg a.

!

Арктангенсом числа a називається таке число з проміжку $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$, тангенс якого дорівнює a.

Приклад 1. *arctg* $\sqrt{3}$ = $\frac{\pi}{3}$ *, бо tg* $\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$ і , $\frac{\pi}{3} \in \left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

Приклад 2. *arctg*(-1) = - $\frac{\pi}{4}$ *,*бо *tg* $\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ = -1 і - $\frac{\pi}{4} \in \left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

Виконання вправ

1. Обчисліть:

а) arctg $\frac{1}{\sqrt{3}}$; б) arctg 0; в) arctg 1; г) arctg $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$; д) arctg (- $\sqrt{3}$).

Відповідь: а) $\frac{\pi}{6}$; б) 0; в) $\frac{\pi}{4}$; г) - $\frac{\pi}{6}$; д) - $\frac{\pi}{3}$.

2. Які з поданих виразів мають смисл:

а) arctg π; б) arctg $\frac{1}{\pi}$; в) arctg π^2?

Відповідь: а); б); в).

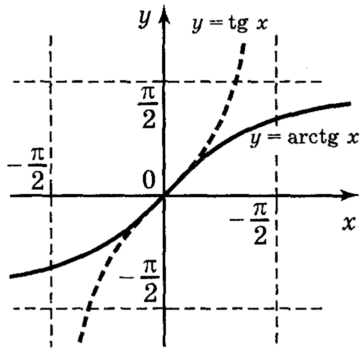

Рис. 120

Графік функції *y* = arctg *x*: одержимо із графіка функції *y* = tg *x*, *x* $\in \left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ перетворенням симетрії відносно прямої *y* = *x* (рис. 120).

Розглянемо властивості функції *y* = arctg *x*:

1. D(*y*)=*R*.
2. E(*y*) = $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.
3. Графік симетричний відносно початку координат, функція непарна:
   arctg (-*x*) = - arctg *x*.
4. Функція зростаюча. Якщо $x_1 < x_2$ то arctg x_1 < arctg x_2
5. *y* = 0, якщо *x* = 0.
6. *y* > 0, якщо *x* > 0; *y* < 0, якщо *x* < 0.

Виконання вправ

1. Порівняйте числа:

а) arctg (-3) і arctg 2; б) arctg (-5) і arctg 0; в) arctg $\sqrt{3}$ і arctg $\sqrt{2}$.

Відповідь: 4) arctg (-3) < arctg 2; б) arctg (-5) < arctg 0; в) arcrg $\sqrt{3}$ > arctg $\sqrt{2}$.

2. Розташуйте в порядку зростання числа:

а) arctg 50; arctg (-5); arctg 0,5;б) arctg 1,2; arctg π; arctg (-3). *Відповідь:* а) arctg (-5); arctg 0,5; arctg 50; б) arctg (-3); arctg 1,2; arctg π.

3. Розв'яжіть рівняння:

а) arctg(5*x* – 1) = $\frac{\pi}{4}$; б) arctg(3 – 5*x*) = - $\frac{\pi}{3}$.

Відповідь: а) *x* = $\frac{2}{5}$; б) *x* = $\frac{3+\sqrt{3}}{5}$.

V. Сприймання і усвідомлення поняття arcctg *a* і властивостей функції *y* = arcctg *x*.

Функція y = ctg x на інтервалі (0; π) спадає і приймає всі значення із R, тому для будь-якого числа a в інтервалі (0; π) існує єдиний корінь рівняння ctg $x = a$. Це число називають арккотангенсом числа a і позначають arcctg a.

!

Арккотангенсом числа a називається таке число із інтервалу (0; π), котангенс якого дорівнює a.

Приклад 1. $\operatorname{arcctg}\sqrt{3} = \frac{\pi}{6}$, бо $\operatorname{ctg}\frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$ і $\frac{\pi}{6} \in (0; \pi)$.

Приклад 2. $\operatorname{arcctg}\left(-\sqrt{3}\right) = \frac{5\pi}{6}$, бо $\operatorname{ctg}\frac{5\pi}{6} = -\sqrt{3}$ і $\frac{5\pi}{6} \in (0; \pi)$.

Виконання вправ

1. Обчисліть:

а) arcctg 1; б) $\operatorname{arcctg}\frac{1}{\sqrt{3}}$; в) arcctg 0; г) arcctg (-1); д) $\operatorname{arcctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Відповідь: а) $\frac{\pi}{4}$; б) $\frac{\pi}{3}$; в) $\frac{\pi}{2}$; г) $\frac{3\pi}{4}$; д) $\frac{2\pi}{3}$.

Графік функції y = arcctg x можна одержати із графіка функції y = ctg x у результаті перетворення симетрії відносно прямої $y = x$ (рис. 121).

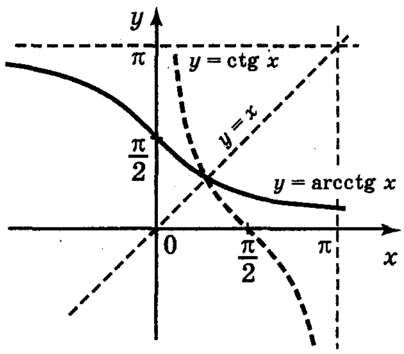

Рис. 121

Укажемо властивості функції y = arcctg x:

1. $D(y)=R$.
2. $E(y) = (0; \pi)$.
3. Графік не симетричний ні відносно початку координат, ні відносно осі OY. arcctg $(-x) = \pi$ - arcctg x.
4. Функція спадна. Якщо $x_1 < x_2$ то arcctg x_1 > arcctg x_2.
5. $x = 0$, якщо $y = \frac{\pi}{2}$.
6. $y > 0$ для всіх $x \in R$.

Значення обернених тригонометричних функцій можна обчислювати за допомогою таблиць або мікрокалькулятора.

VI. Підведення підсумків уроку.

VII. Домашнє завдання.

Розділ II § 1 (4, 5). Запитання і завдання для повторення розділу II № 6—11, 12 (3, 4, 9, 10).