УРОК 14

Тема уроку: Формули зведення.

Мета уроку: Вивчення формул зведення, формування умінь учнів застосовувати вивчені формули для спрощення виразів та обчислень.

І. Перевірка домашнього завдання.

1. Відповіді на питання учнів, що виникли в процесі виконання домашнього завдання.
2. Самостійна робота.

<u>Варіант 1</u>

1. Спростіть $\frac{\cos\alpha\cos\beta - \cos(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\sin\beta - \cos(\alpha-\beta)}$. *(3 бали)*
2. Знайдіть tg 2α, якщо tg α = - 0,4. *(3 бали)*
3. Спростіть $\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)+\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)-\cos\alpha$. *(3 бали)*
4. Обчисліть $2-4\sin^2\frac{5\pi}{12}$. *(3 бали)*

<u>Варіант 2</u>

1. Спростіть $\frac{\sin\alpha\sin\beta - \sin(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha-\beta)+\cos\alpha\sin\beta}$. *(3 бали)*
2. Знайдіть tg 2β, якщо tg β = 6. *(3 бали)*
3. Спростіть $\sin\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)-\cos\alpha-\cos\left(\alpha-\frac{2\pi}{3}\right)$. *(3 бали)*
4. Обчисліть $6\cos^2\frac{\pi}{8}-3$. *(3 бали)*

Відповідь: **<u>В-1</u>**. **1.** –tgα tgβ . **2.** $-\frac{20}{21}$. **3.** 0. **4.** $-\sqrt{3}$.

<u>В-2.</u> **1.** –ctgα tgβ. **2.** $-\frac{12}{35}$. **3.** 0. **4.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

ІІ. Сприймання і усвідомлення формул зведення.

Тригонометричні функції чисел виду $\frac{\pi}{2}$ ± α, π ± α; $\frac{3\pi}{2}$ ± α, 2π ± α можуть бути виражені через функції кута α за допомогою формул, які називаються формулами зведення.

Користуючись формулами тригонометричних функцій суми (різниці) двох чисел, можна довести формули зведення:

для синуса

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha,\quad \sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha,\quad \sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha,$$
$$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha,\quad \sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=-\cos\alpha,\quad \sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\cos\alpha.$$

для косинуса

$$cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha,\quad cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha,\quad \cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha,$$
$$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha,\quad \cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=\sin\alpha,\quad \cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\sin\alpha.$$

для тангенса і котангенса

$$tg\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-ctg\alpha,\quad tg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=ctg\alpha,$$
$$ctg\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-tg\alpha,\quad ctg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=tg\alpha.$$

Формули зведення запам'ятовувати необов'язково. Для того щоб записати будь-яку з них, можна користуватися таким правилом:

1) В правій частині формули ставиться той знак, який має ліва частина при умові $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.
2) Якщо в лівій частині формули кут дорівнює $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$, $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, то синус замінюється на косинус, тангенс — на котангенс і навпаки. Якщо кут дорівнює $\pi \pm \alpha$, то заміна не виконується.

Розглянемо приклади.

Приклад 1. Виразимо tg(π – α) через тригонометричну функцію кута α. Якщо вважати, що α — кут I чверті, то π – α буде кутом II чверті. У II чверті тангенс від'ємний, отже, у правій частині рівності слід поставити знак «мінус». Для кута π – α назва функції «тангенс» зберігається. Тому.

$$tg\ (\pi - \alpha) = -\ tg\ \alpha.$$

За допомогою формул зведення знаходження значень тригонометричних функцій будь-якого числа можна звести до знаходження значень тригонометричних функцій чисел від 0 до $\frac{\pi}{2}$.

Приклад 2. Знайдемо значення $\sin\frac{8\pi}{3}$.

Маємо: $\sin\frac{8\pi}{3}=\sin\left(2\pi+\frac{2\pi}{3}\right)=\sin\frac{2\pi}{3}=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

<u>Виконання вправ</u>

1. Приведіть до тригонометричних функцій числа а:

а) $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)$; б) $\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)$; в) ctg (π – α); г) tg (π + α); д) sin (π + α); є) $tg\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)$.

Відповідь: а) cos α; б) - sin α; в) - *ctgα*; г) tg α; д) - sin α; є) *ctg* α.

2. Знайдіть:

а) $\sin\frac{2\pi}{3}$; б) $\cos\frac{3\pi}{4}$; в) $tg\frac{5\pi}{6}$; г) $\sin\frac{5\pi}{6}$.

Відповідь: а) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) - $\frac{\sqrt{2}}{2}$; в) - $\frac{1}{\sqrt{3}}$; г) $\frac{1}{2}$.

3. Спростіть:

а) $\dfrac{ctg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-tg(\pi-\alpha)+\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos(\pi+\alpha)}$; б) $\dfrac{\sin(\pi-\alpha)-\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)+ctg(\pi-\alpha)}{tg\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}$.

Відповідь: а) 1. б) –1.

4. Доведіть, що

а) $\dfrac{tg(\pi-\alpha)}{\cos(\pi+\alpha)}\cdot\dfrac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{tg\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}=tg^2\alpha$, б) $\dfrac{\sin(\pi-\alpha)}{tg(\pi+\alpha)}\cdot\dfrac{ctg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}{tg\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}\cdot\dfrac{\cos(2\pi-\alpha)}{\sin(-\alpha)}=\sin\alpha$.

III. Підведення підсумків уроку.

IV. Домашнє завдання.

Розділ I § 10 (2). Запитання і завдання для повторення до розділу I № 66. Вправи № 52 (12), № 26.