

УРОК 9

Тема уроку: Побудова графіків тригонометричних функцій.

Мета уроку: Побудова графіків функцій $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$.
формування умінь будувати графіки функцій: $y = A \sin(kx + b)$, $y = A \cos(kx + b)$, $y = A \operatorname{tg}(kx + b)$, $y = A \operatorname{ctg}(kx + b)$.

I. Перевірка домашнього завдання.

1. Один учень відтворює розв'язування вправи № 24 (1—3).

2. Фронтальна бесіда:

- 1) Назвіть явища в природі, які періодично повторюються.
- 2) Дайте означення періодичної функції.
- 3) Якщо функція $y = f(x)$ має періодом число T , то чи буде періодом цієї функції число $2T$, $3T$...? Відповідь обґрунтуйте.
- 4) Знайдіть найменший додатний період функцій:
а) $y = \cos \frac{2x}{5}$; б) $y = \sin \frac{3x}{2}$; в) $y = \operatorname{tg} \frac{x}{3}$; г) $y = |\sin x|$.
- 5) Чи періодична функція $y = 3$? Якщо так, то вкажіть період цієї функції.

II. Побудова графіка функції $y = \sin x$.

Для побудови графіка функції $y = \sin x$ скористаємось одиничним колом. Побудуємо одиничне коло радіусом 1 см (2 клітинки). Праворуч побудуємо систему координат, як на рис. 57.

На вісь Ox нанесемо точки $\frac{\pi}{2}$; π ; $\frac{3\pi}{2}$; 2π (відповідно 3 клітинки, 6 клітинок, 9 клітинок, 12 клітинок). Розділимо першу чверть одиничного кола на

три рівні частини і на стільки ж частин відрізок $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ осі абсцис. Перенесемо значення синуса до відповідних точок осі Ox . Одержимо точки, які треба з'єднати плавною лінією. Потім розділимо другу, третю і четверту чверть одиничного кола також на три рівні частини і перенесемо значення синуса до відповідної точки осі Ox . Послідовно з'єднавши всі отримані точки, одержимо графік функції $y = \sin x$ на проміжку $[0; \pi]$.

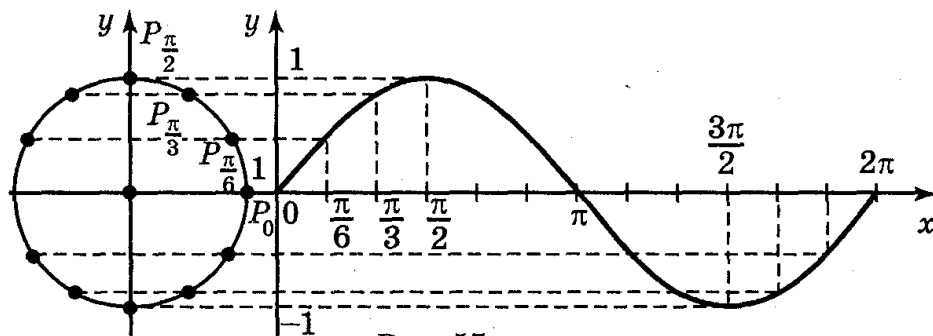


Рис. 57

Через те що функція $y = \sin x$ періодична з періодом 2π , то для побудови графіка функції $y = \sin x$ на всій прямій Ox досить паралельно перенести побудований графік вздовж осі Ox на 2π , 4π , 6π ... одиниць вліво і вправо (рис. 58).

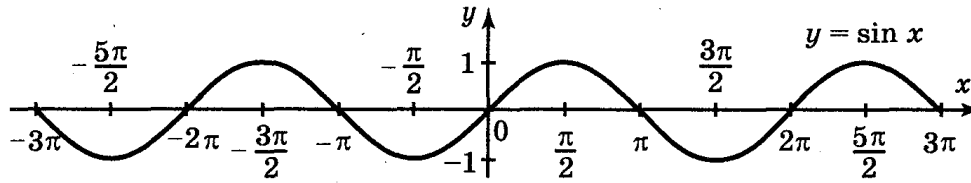


Рис. 58

Крива, яка є графіком функції $y = \sin x$, називається синусоїдою.

Виконання вправ

1. Побудуйте графіки функцій.

- а) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$; б) $y = \sin 2x$; в) $y = 2\sin x$; г) $y = \sin(-x)$.

Відповіді: а) рис. 59; б) рис. 60; в) рис. 61; г) рис. 62.

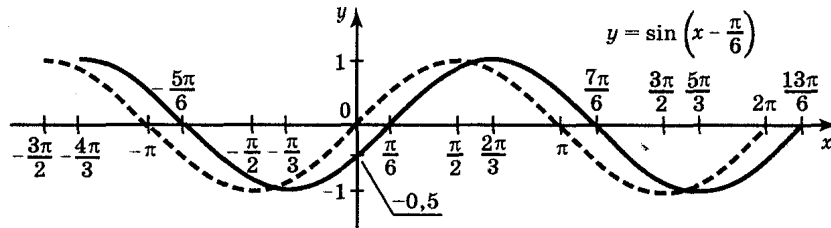


Рис. 59

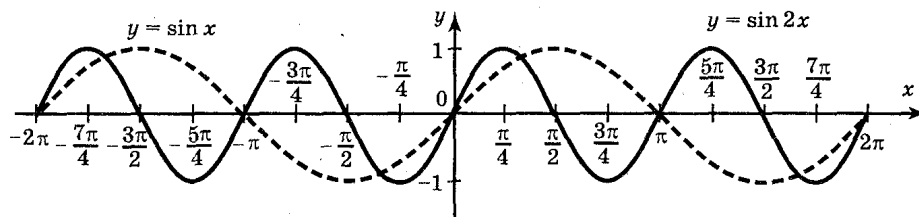


Рис. 60

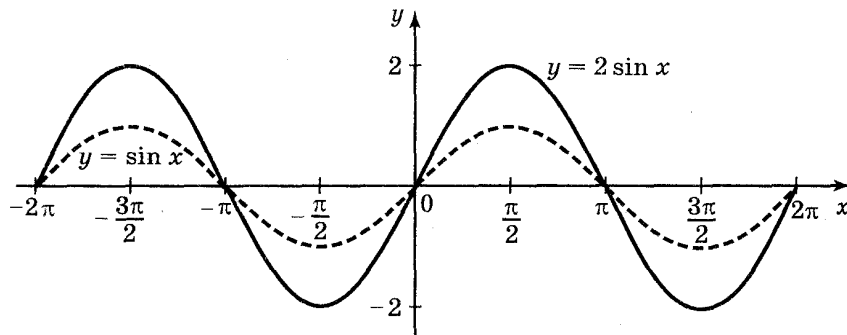


Рис. 61

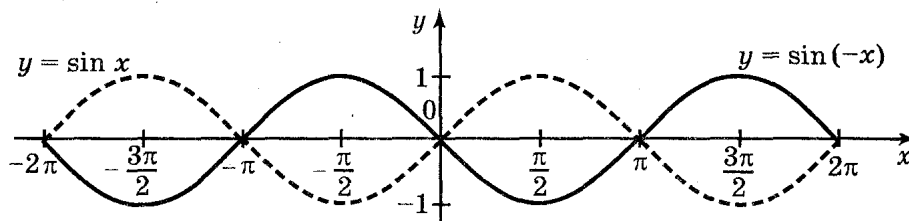


Рис. 62

III. Побудова графіка функції $y = \cos x$.

Як відомо, $\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, тому $y = \cos x$ і $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ — однакові

функції. Для побудови графіка функції $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ скористаємося геометричними перетвореннями графіків: спочатку побудуємо (рис. 63) графік функції $y = \sin x$, потім $y = \sin(-x)$ і наприкінці $y = \sin\left(-x + \frac{\pi}{2}\right)$.

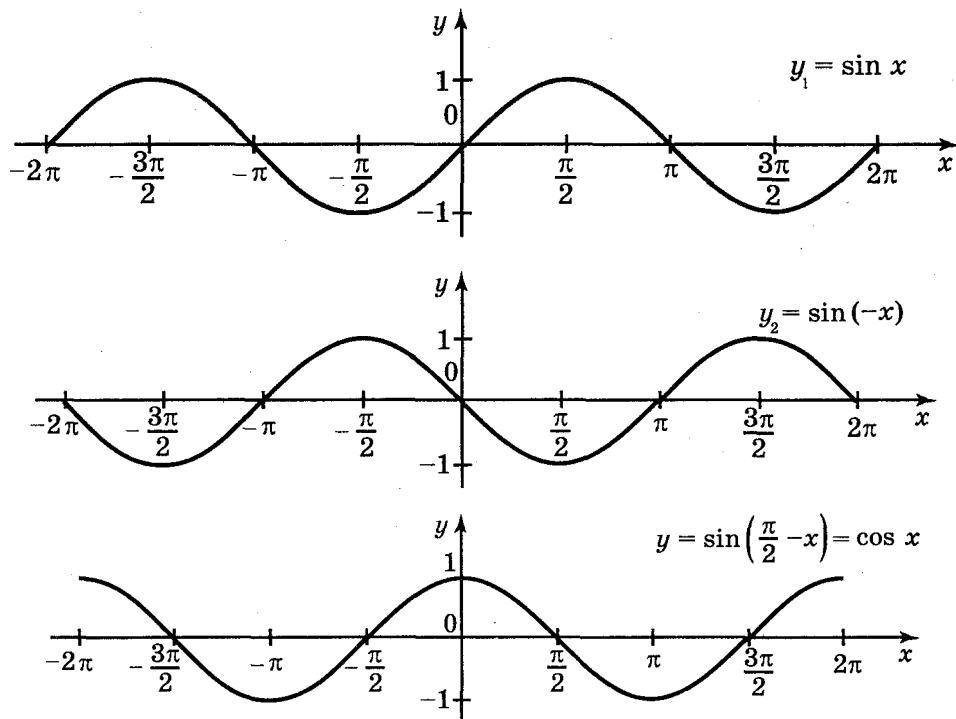


Рис. 63

Виконання вправ

1. Побудуйте графіки функцій:

а) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$; б) $y = \cos \frac{\pi}{2}$; в) $y = \frac{1}{2} \cos x$; г) $y = |\cos x|$.

Відповідь: а) рис. 64; б) рис. 65; в) рис. 66; г) рис. 67.

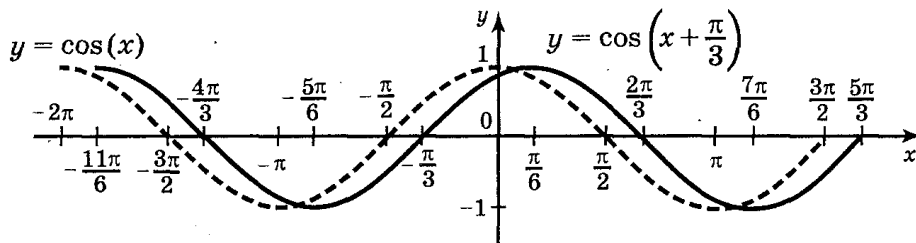


Рис. 64

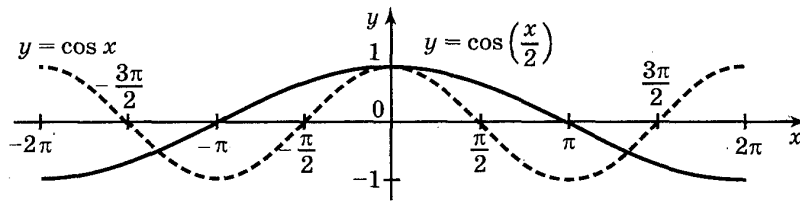


Рис. 65

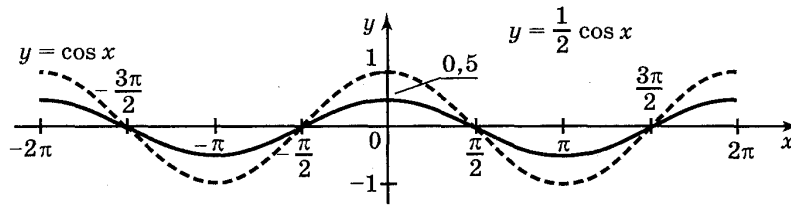


Рис. 66

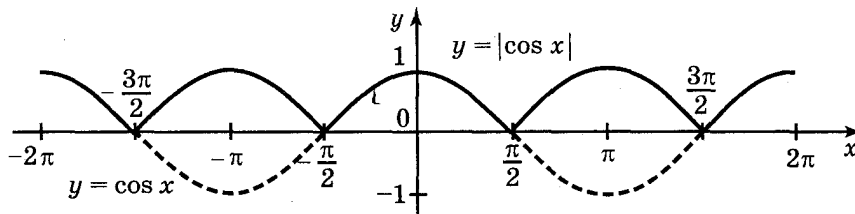


Рис. 67

IV. Побудова графіка функції $y = \operatorname{tg} x$.

Графік функції $y = \operatorname{tg} x$ побудуємо за допомогою лінії тангенсів на проміжку $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, довжина якого дорівнює періоду π цієї функції. Побудуємо одиничне коло радіусом 2 см (4 клітинки) і проведемо лінію тангенсів. Праворуч побудуємо систему координат, як на рис. 68.

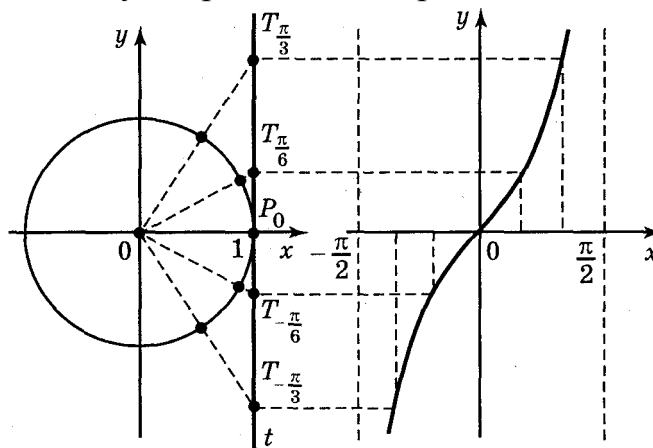


Рис. 68

На вісь OX нанесемо точки $-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}$ (6 клітинок). Розділимо першу і четверту чверть кола на 3 рівні частини і на стільки ж частин кожний із відрізків $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ і $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. Знайдемо значення тангенсів чисел $-\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{6}; 0; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}$ за допомогою лінії тангенсів (ординати точок $T_{-\frac{\pi}{3}}; T_{-\frac{\pi}{6}}; T_0; T_{\frac{\pi}{6}}; T_{\frac{\pi}{3}}$ лінії тангенсів). Перенесемо значення тангенсів до відповідних точок осі OX . Послідовно з'єднавши всі отримані точки, одержимо графік функції $y = \operatorname{tg} x$ на проміжку $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Через те що функція $y = \operatorname{tg} x$ періодична з періодом π , для побудови графіка функції $y = \operatorname{tg} x$ на всій прямій OX досить паралельно перенести побудований графік вздовж осі OX на $\pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi \dots$ одиниць вліво і вправо (рис. 69).

Графік функції $y = \operatorname{tg} x$ називається тангенсоїдою.

Виконання вправ

1. Побудуйте графік функцій

а) $y = \operatorname{tg} 2x$; б) $y = \operatorname{tg} x$; в) $y = \operatorname{tg} x + 2$; г) $y = \operatorname{tg} (-x)$.

Відповіді: а) рис. 70; б) рис. 71; в) рис. 72; г) рис. 73.

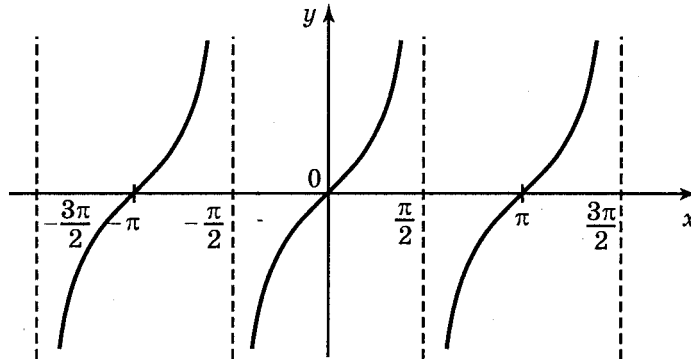


Рис. 69

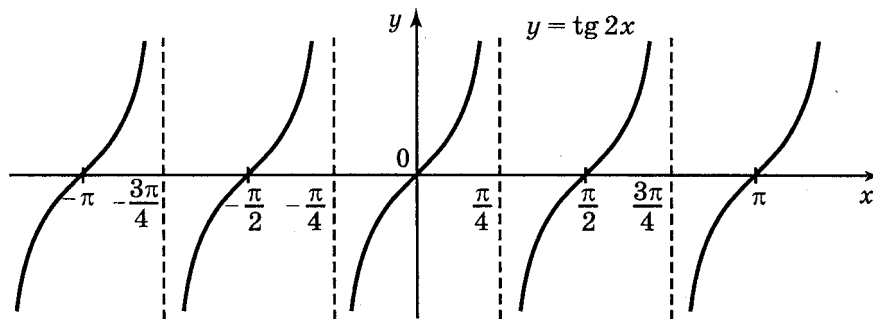


Рис. 70

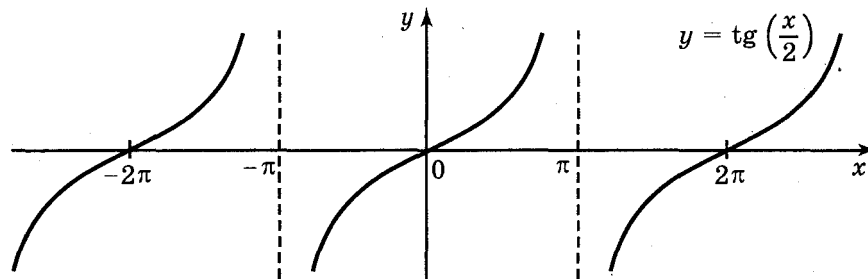


Рис. 71

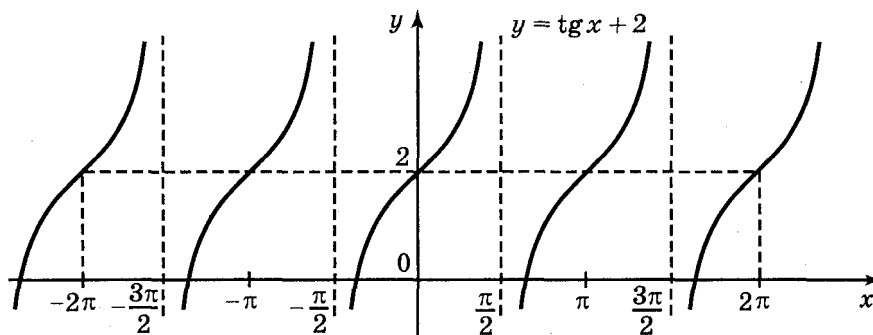


Рис. 72

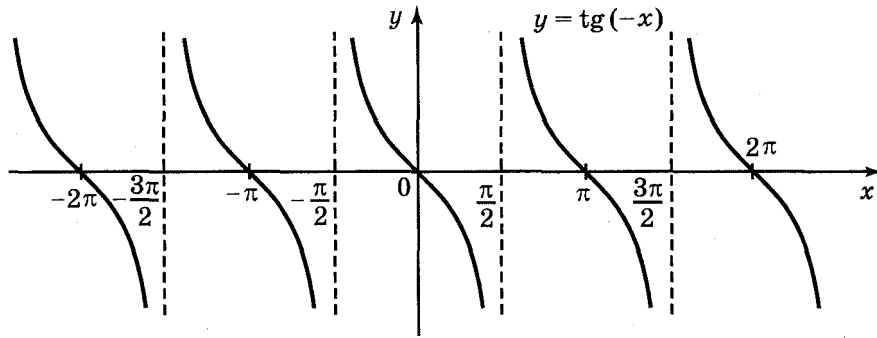


Рис. 73

V. Побудова графіка функції $y = \text{ctg } x$.

Графік функції $y = \text{ctg } x$ легко одержати, скориставшись формулою $\text{ctg } x = \text{tg} \left(\frac{\pi}{2} - x \right)$ і двома геометричними перетвореннями (рис. 74): симетрія відносно осі OY паралельне перенесення вздовж осі OX на $-\frac{\pi}{2}$.

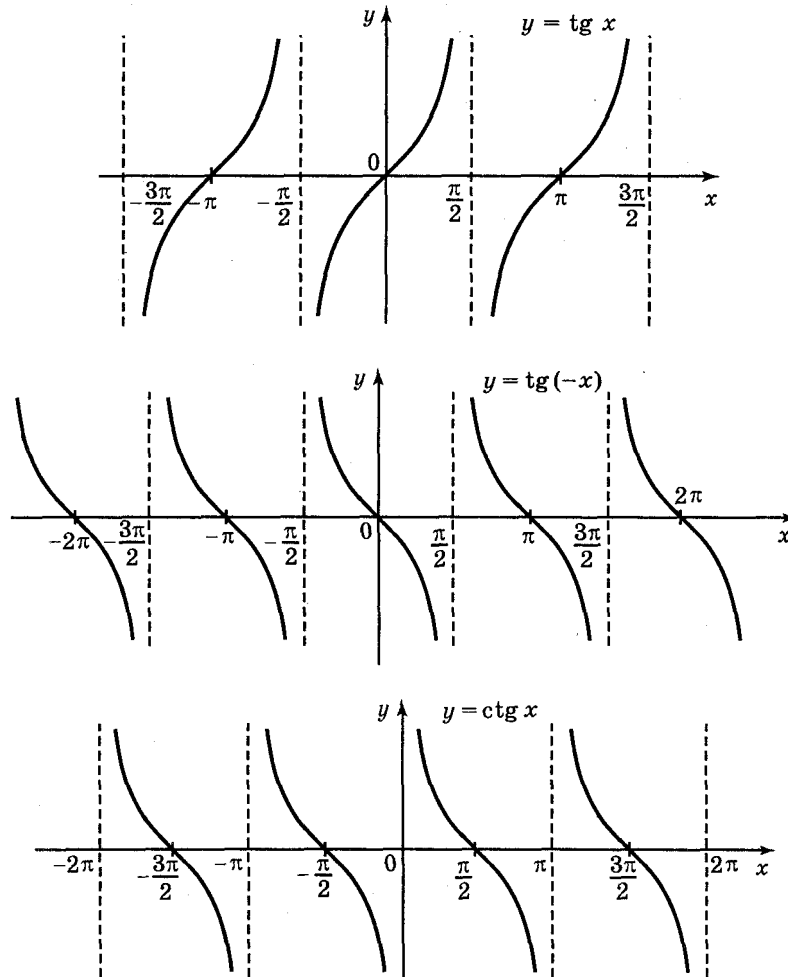


Рис. 74

IV. Домашнє завдання.

Розділ I § 6. Запитання і завдання для повторення до розділу I № 50-51.

Вправи № 28 (а-г).

V. Підсумок уроку.

