

## Уроки 50-52

### Тема: ВІДСОТКОВЕ ВІДНОШЕННЯ. ЗАДАЧІ НА ВІДСОТКИ

**Мета.** Ввести поняття *відсоткове відношення*, навчити учнів розв'язувати задачі на відсоткове відношення. Ознайомити учнів із способами розв'язування деяких складніших задач на відсотки.

#### Вимоги до підготовки учнів.

У результаті вивчення теми учні мають навчитися: розв'язувати вправи, що передбачають знаходження відсоткового відношення чисел або величин; записувати відсотки у вигляді звичайного десяткового дробу; розв'язувати три основні види задач на відсотки.

#### Методичні зауваження та поради

*Відсоток* (або *процент*) - це одна сота. 1 % інакше можна записати 0,01. Тут немає нічого нового. Проте неправильно було б і недооцінювати роль відсотків. Учні обов'язково треба ознайомити з цим поняттям у такому обсязі, щоб вони вільно користувалися ним під час вивчення хімії, біології, суспільствознавства, а також у повсякденній діяльності.

У дореволюційних підручниках відсоткам приділяли багато уваги. Вони вважалися основним поняттям комерційної арифметики. До речі, тоді й означення давали тільки щодо грошових розрахунків. Наприклад,

«Процент є прибуток, одержуваний з кожних ста карбованців капіталу, відданого на певний строк».

«Коли хто-небудь позичає гроші, то він платить за це. Ця плата і показує кількість процентів».

Тепер відсотки набули значно більшого поширення. Звичайно, як і раніше, відсотки використовують у грошових розрахунках. Проте часто використовують їх: а) у хімії (відсотковий склад розчинів, сполук); б) у біології (відсотки вологи ґрунту, проростання насінин); в) у фізиці (коефіцієнт корисної дії, коефіцієнт тертя) тощо.

У методичній літературі трапляються різні означення.

*Відсотком числа називається сота частина цього числа.*

*Відсоток - це дріб зі знаменником 100.*

*Відсотки - це не що інше, як соті частини, особливим способом записані.*

Як бачимо, одні означають поняття «відсоток», а інші – «відсоток числа». Але в школі розглядають не лише відсотки числа, а й просто відсотки, наприклад, часто ставлять завдання: виразити відношення у відсотках. Тому в означенні краще говорити не про «відсотки числа», а просто про відсотки. Не треба в означенні говорити про особливий спосіб запису, бо тут не розкрито,

який саме «особливий», адже і  $\frac{2}{100}$ , і 0,02 – особливі форми запису числа «дві сотих».

Тому краще дати таке означення: «Відсотком називається одна сота частина».

Розрізняють три основні види задач на відсотки:

1) знаходження відсотків даного числа;

2) знаходження числа за даними його відсотками;

3) знаходження відсоткового відношення двох чисел.

Два перші види задач учні розглядали в 5-му класі. Тепер їх бажано ознайомити з третім видом. Пояснити можна на прикладі такої задачі.

*Потрібно зорати 300 га поля. За перший день зорали 120 га. Який відсоток поля виорано за перший день?*

Треба обчислити відношення 120 до 300 і виразити його у відсотках. Це задача на знаходження відсоткового відношення двох чисел. Розв'яжемо її.

*Перший спосіб* (зведенням до задачі на знаходження відношення двох чисел). Знайдемо відношення даних чисел і виразимо його у відсотках:  $120 : 300 = 0,4 = 40 (\%)$ .

*Другий спосіб* (зведенням до одиниці). На 1 % припадає поля в 100 разів менше,  $300 : 100 = 3$  (га). Тому 120 га становлять  $120 : 3 = 40 (\%)$ .

*Третій спосіб* (складанням пропорції). 300 га становлять 100%, 120га -  $x\%$ .

Складаємо пропорцію  $300 : 120 = 100 : x$ .

Звідси маємо  $x = (120 \cdot 100) : 300 = 40 (\%)$ .

Не тільки задачі на знаходження відсоткового відношення, а й кожен задачу двох інших видів можна розв'язати: 1) зведенням до дробів; 2) зведенням до одиниці; 3) способом пропорцій. Деякі методисти зазначають, що першим способом для розв'язування основних задач на проценти має бути зведення до одиниці. Проте, розв'язуючи задачі таким способом, доводиться говорити, наприклад, про 0,2 людини і т. п. А це небажано. Ось чому основні задачі на відсотки краще розв'язувати способом зведення до дробів або за допомогою пропорцій.

Крім трьох згаданих основних видів задач на відсотки, у школі бажано розв'язувати на відсотки і складніші задачі. Деякі відомі математики, зокрема О.Я.Хінчин, вважають, що ніяких «задач на відсотки» не треба розглядати окремо, бо це – звичайні задачі на дроби. Але це не так. Задачі на відсотки мають свої особливості, свої труднощі та одне формальне перетворення їх у «задачі на дроби» справи не вирішує. Розглянемо для прикладу таку задачу.

Задача 1. Під час перевірки вологість зерна дорівнювала 16 %. 2 ц цього зерна просушили, після чого воно втратило 20 кг. Визначте вологість зерна після просушування.

Спробуємо сформулювати цю задачу «без відсотків», замінивши 16 % на 0,16. Від цього задача не стане легшою, не перетвориться на таку, яку учні вже розв'язували. Трудність її насамперед полягає у тому, що учні не розуміють слів «вологість зерна дорівнює 0,16». До цього часу в задачах на дроби вони розглядали або 0,16 кг, або 0,16 від загальної маси. А тут дріб 0,16 виступає в іншій ролі. Щоб розв'язати цю задачу, насамперед треба пояснити учням, що означає «вологість зерна дорівнює 0,16». В інших задачах на відсотки розглядають «засміченість зерна», «продуктивність праці», «процент усушки», «концентрацію розчину», «собівартість», «приріст поголів'я худоби», «урожайність», «процентні гроші» і т. п. Учні варто ознайомити з цими поняттями. Найкраще це зробити під час вивчення відсоткових розрахунків.

Аналізувати подібні задачі зручно за допомогою діаграм.

Було всього 200 кг зерна. Його вологість 16%. Це означає, що 16% від всієї маси становить вода.

Це зображено на малюнку 15, а. Якщо зерно просушити, частина води випарується, а маса сухого зерна не зміниться. Зобразимо це іншим прямокутником (мал. 15, б).

Такий малюнок допомагає краще зрозуміти зміст задачі та швидше розв'язати її. Розв'язання можна оформити так.

*Розв'язання.*  $2ц = 200кг$ .

1) Скільки вологи містили 200 кг зерна до просушування?

$$200 \cdot 0,16 = 32 \text{ (кг)}.$$

2) Скільки вологи містило зерно після просушування?

$$32 - 20 = 12 \text{ (кг)}.$$

3) Якою стала маса всього зерна після просушування?

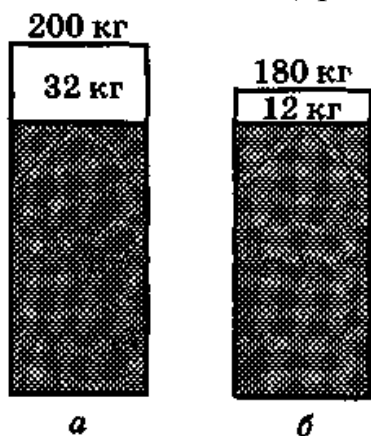
$$200 - 20 = 180 \text{ (кг)}.$$

4) Якою стала вологість зерна після просушування?

$$12 : 180 = 0,0666... \approx 6,7 \text{ (\%)}.$$

До складніших задач на відсотки належать також *задачі на розчини та сплави*. Під час розв'язування таких задач обов'язково треба пояснити учням, що розуміють під «міцністю розчину», «процентною концентрацією», «пробою».

Відсотковою (процентною) концентрацією розчину називають виражене в



Мал. 15

процентах відношення маси розчиненої речовини до маси всього розчину. Звертаємо увагу на те, що тут ідеться про масу, а не об'єм. Наприклад, 10-відсотковим розчином кислоти називають такий розчин, на кожні 100 г якого припадає 10 г чистої безводної кислоти (а не на 100 л розчину 10 л безводної кислоти).

Якщо йдеться про об'ємні проценти, то вживають термін «міцність». Міцність виражають у градусах.

Наприклад, якщо на 10 л розчину припадає 4 л чистого безводного спирту, то говорять, що міцність цього спирту дорівнює 40°. Зауважимо, що

40-відсотковий спирт і 40-градусний спирт – не одне й те саме.

**Задача 2.** До 2 кг води долили 8 кг 70-відсоткового розчину сірчаної кислоти. Визначте процентну концентрацію утвореного розчину.

*Розв'язання.*

1) Скільки чистої (безводної) кислоти містить даний розчин?

$$8 \cdot 0,7 = 5,6 \text{ (кг)}.$$

2) Яка загальна маса утвореного розчину?

$$2 + 8 = 10 \text{ (кг)}.$$

3) Чому дорівнює процентна концентрація розчину?

$$5,6 : 10 = 0,56 = 56 \text{ (\%)}.$$

*Відповідь.* Утворено 56-відсотковий розчин.

**Застереження.** Іноді трапляються задачі, в яких кількість кислоти виражена не в кілограмах, а в літрах. Нерідко їх розв'язують так само, тільки

замість найменувань кг скрізь ставлять л і в результаті дістають таку саму відповідь. Це неправильно.

**Задача 3.** До 2 л води долили 8 л 70-відсоткового розчину сірчаної кислоти. Визначте процентну концентрацію утвореного розчину.

*Розв'язання.* У таблицях знаходимо густину 70-відсоткового розчину сірчаної кислоти: 1,6. Отже, маса 8 л цього розчину дорівнює 12,8 кг. Безводної кислоти в ньому є  $12,8 \cdot 0,7 = 8,96$  (кг).

Загальна маса утвореного розчину дорівнює  $12,8 + 2 = 14,8$  (кг). Отже, його процентна концентрація дорівнює  $8,96 : 14,8 = 0,61 = 61(\%)$ .

Шестикласникам подібні задачі пропонувати не слід.

### Робота з матеріалами підручника

#### На першому уроці

- Для роботи в класі: § 20; № 695, 696, 698, 699, 701, 702, 704, 722.
- Для роботи вдома: § 20; № 700, 703, 721.

#### На другому уроці

- Для роботи в класі: § 20; № 697, 707, 709, 711, 713, 714, 723.
- Для роботи вдома: § 20; № 705, 708, 710.

#### На третьому уроці

- Для роботи в класі: § 20; № 706, 716-720, 724, 725.
- Для роботи вдома: § 20; № 712, 715, 718.

### Вказівки та розв'язання вправ

**699.** а)  $3 \text{ см} : 5 \text{ см} = 0,6 = 60 \%$ ;

г)  $15 \text{ хв} : 1 \text{ год} = 15 \text{ хв} : 60 \text{ хв} = 0,25 = 25 \%$ .

**700.**  $46 : 50 = 0,92 = 92 (\%)$ .

**702.** Площа малого квадрата становить 1 % від площі квадрата *АВСБ*. Прямокутники *АТРК* і *ТВМР* вміщують відповідно 42 і 28 малих квадратиків, тому їх площі становлять відповідно 42 і 28 відсотків площі квадрата *АВСБ*.

**703.**  $20 : 250 = 0,08 = 8 (\%)$ .

**704.**  $1 : (4 + 1) = 0,2 = 20 (\%)$ .

**705.**  $11,34 - 10,8 = 0,54$  (грн.),  $0,54 : 10,8 = 0,05 = 5 (\%)$ .

**706.** Заповнити таблицю можна так.

Кількість балів	1-3	4-6	7-9	10-12	Разом
Кількість учнів	2	7	12	4	25
%	8	28	48	16	100

**707.** 98,4 грн. відповідають 82 % попередньої вартості чобітків, яку позначимо *x*. Тому правильна така пропорція  $x : 98,4 = 100 : 82$ .

Звідси  $x = 9840 : 82 = 120$  (грн.).

**708.** Існують різні способи кредитування. Один із них полягає в тому, що відсоток нараховується на всю суму позики пропорційно терміну використання. За цих умов за два роки родина має сплатити банку 1800 грн. і 432 грн., оскільки  $1800 \cdot 0,12 \cdot 2 = 432$  (грн.).

709. а)  $25 - 20 = 5$ ;  $5 : 20 = 0,25$ . На 25 %.

б)  $25 - 20 = 5$ ;  $5 : 25 = 0,2$ . На 20 %.

Відповіді різні, бо у випадку а) відсотки беруться від 20, а у випадку б) - від 25.

710. а) Було  $a$ , стало  $2a$ , збільшилося на  $a$ .  $a : a = 1$ . Збільшиться на 100 %.

б) Було  $a$ , стало  $1,6a$ , різниця  $0,6a$ .  $0,6a : a = 0,6$ . Збільшиться на 60 %.

711. а) Було  $a$ , стало  $0,5a$ , різниця  $0,5a$ .  $0,5a : a = 0,5$ . Зменшиться на 50 %.

б) Було  $a$ , стало  $\frac{1}{1,6}a$ , різниця  $0,375a$ .  $0,375a : a = 0,375$ . Зменшиться на 37,5%.

712. Якщо друге число дорівнює  $a$ , то перше  $0,4a$ .  $a : 0,4a = 2,5 = 250(\%)$ .

714. Якщо сторони прямокутника дорівнювали  $a$  і  $c$ , то після збільшення вони становили відповідно  $1,1a$  і  $1,2c$ . Площа першого прямокутника дорівнювала  $ac$ , а другого –  $1,32ac$ . Площа збільшиться на  $0,32ac$ .  $0,32ac : ac = 0,32 = 32(\%)$ .

715. Нехай спочатку товар коштував  $a$ . Після першого зниження ціни він став коштувати  $0,9a$ , після другого –  $0,9 \cdot 0,9a$ , тобто  $0,81a$ . Загальне зменшення ціни - на 19 %, а не на 20 %.

716. Нехай початкова плата становила  $a$  грн. Після підвищення її на 20 % вона стала дорівнювати  $1,2a$  грн., а після наступного зниження на 10 % перетворилася на  $0,9 \cdot 1,2a$ , або  $1,08a$  грн. Тобто плата зросла на  $0,08a$ .  $0,08a : a = 0,08$ . Плата зросла на 8 %.

717. Нехай спочатку товар коштував  $a$  грн. Після зниження ціни він став коштувати  $0,75a$ . Якщо  $0,75a \cdot x = a$ , то  $x = 1,333\dots$  Треба підвищити ціну на 33,3 %.

719\*. Через рік вкладник матиме  $6000 \cdot 1,08 = 6480$  грн., через 2 роки –  $6480 \cdot 1,08 = 6998,4$  грн., або  $6000 \cdot 1,08 \cdot 1,08 = 6998,4$  грн.

720. Української мови не знають 15 %, а російської - 25 % усіх мешканців міста. Однієї з цих мов не знають разом 40 % мешканців. Решта 60 % усіх мешканців знають обидві мови.

Описаний у задачі ситуації відповідає діаграма, зображена на малюнку 16.



Мал. 16

721. Якщо на другому складі  $x$  т вугілля, то на першому –  $2,5x$  т. На обох складах разом  $3,5x = 1400$ , звідси  $x = 400$  (т).

723. а)  $(3,7 + 12,6 + 8,6) : 3 = 8,3$ ;

б)  $\left(0,12 + 1,88 + \frac{4}{7}\right) : 3 = \frac{6}{7}$ .

725. Якщо  $(a + c) : 2$  менше від  $a + c$  на 3, то  $a + c = 6$ . А коли  $a - 3 = 2$ , то  $a = 5$ ,  $c = 1$ .

Особисті нотатки вчителя \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

