Уроки 12—13

Тема. ***Властивості паралельних прямих.***

Мета. Сформулювати і довести найважливіші властивості паралельних прямих, що випливають з аксіоми Евкліда.

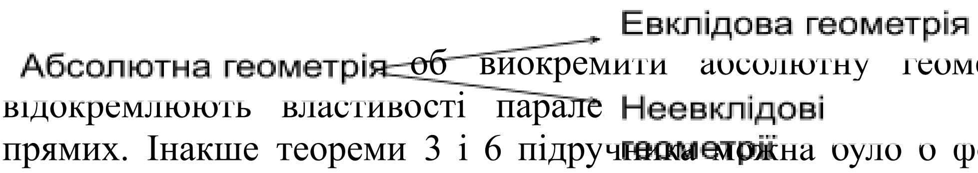
Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні мають уміти формулювати аксіому Евкліда, формулювати і доводити найважливіші властивості паралельних прямих і застосовувати їх до розв'язування задач.

Методичні вказівки

В евклідовій геометрії властивості паралельних прямих — це наслідки з аксіоми Евкліда. Одна з них — теорема про транзитивність паралельних прямих.

Щоб вважати відношення паралельності прямих транзитивним завжди, треба домовитися, що кожна пряма паралельна сама собі. Адже з $a \parallel b$ і $b \parallel a$ має випливати $a \parallel a$. Тому і два відрізки однієї прямої вважаються паралельними.

Із цього параграфа власне починається евклідова геометрія. Досі в підручнику [1] наводилися найважливіші відомості з абсолютної геометрії — істинної для евклідової і неевклідових геометрій.



[illegible]об виокремити абсолютну геометрію, традиційно відокремлюють властивості парале[illegible]к паралельності прямих. Інакше теореми 3 і 6 підру[illegible]на було б формулювати одним реченням:

Дві прямі паралельні тоді і тільки тоді, коли внутрішні різносторонні кути, утворені ними з січною, дорівнюють один одному.

Порівняйте таке формулювання з традиційним формулюванням ознак подільності натуральних чисел, ознак рівності трикутників тощо.

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

Для роботи в класі: § 7 ; № 194—197, 199, 200, 202— 206, 209, 220, 221.

Для роботи вдома: § 7; ЗДС 1—5; № 198, 201, 207, 222.

На другому уроці

Для роботи в класі: § 7; № 194—197, 208, 211—213, 215, 216, 218, 219, 224.

Для роботи вдома: § 7 ; ЗДС 1—5; № 210, 214, 217, 223.

Вказівки до розв'язування задач

198. Усього кутів 8; 4 з них мають по 45°, а 4 — по 135°.

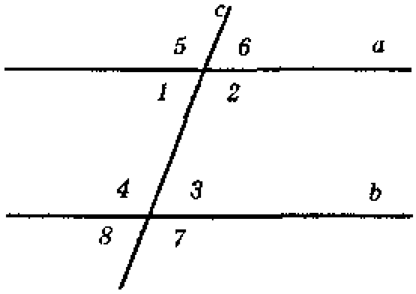
200. Нехай $a \parallel b$ (мал. 19). Доведемо, що: а) $\angle 1 = \angle 8$; б) $\angle 1 + \angle 4 = 180°$.

а) Якщо $a \parallel b$, то $\angle 1 = \angle 3$, а $\angle 3 = \angle 8$, тому і $\angle 1 = \angle 8$.

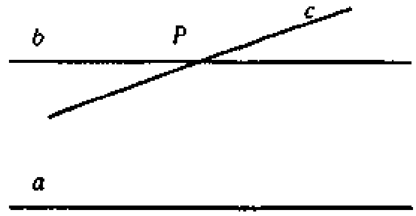
б) Якщо $a \parallel b$, то $\angle 1 = \angle 3$, а $\angle 3 = 180° — \angle 4$.

Отже, $\angle 1 = 180° - \angle 4$, звідки $\angle 1 + \angle 4 = 180°$.

202. Нехай $a \parallel b$ і c перетинає b в точці P, а пряму a не перетинає (мал. 20). У цьому випадку через точку P проведено дві прямі b і c паралельні a. Це суперечить аксіомі Евкліда, тому припущення неправильне. Отже, якщо *c* перетинає пряму *b*, то обов'язково перетинає і паралельну їй пряму *a*.



Мал. 19



Мал. 20

203. Не випливає. Бо пряма с може бути січною паралельних прямих *a* і *b*.

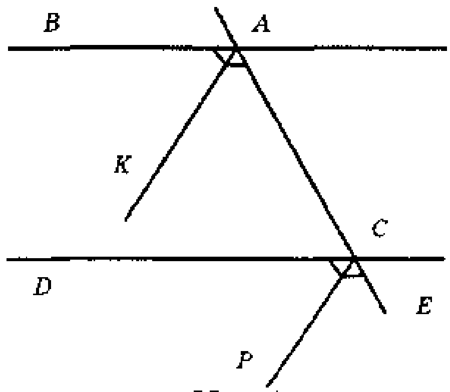
204. Нехай *AB* || *CD* (мал. 21). Тоді відповідні кути *BAC* і *DCE* рівні, а отже, рівні і їх половини: ∠ *KAC* = ∠ *PCE*. Тобто січна *AC* перетинає прямі *AK* і *CP* так, що відповідні кути рівні. Тому *AK* || *CP*.

205. Якщо якась одна січна утворює з прямими *a* і *b* рівні відповідні кути, то *a* || *b*. Тоді будь-яка інша січна, що перетинає ці прямі, утворює рівні відповідні кути.

206. Нехай *AB* || *CD* і ∠ *BAC* = 80°, а *AO* — бісектриса кута *BAC* (мал. 22). Тоді ∠ *CDA* = ∠ *BAD* = 80° : 2 = 40°.

207. Кути *A* і *BKP*, *C* і *BPK* відповідні. Оскільки *KP* || *AC*, то ∠ *A* = = ∠ *BKP* = 60°, *AC* = ∠ *BPK* = 80°.

208. Доведемо методом від супротивного. Припустимо, що дані прямі не перетинаються, тобто вони паралельні.



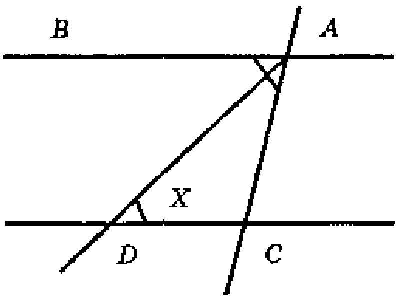
Мал. 21

Відповідні кути, утворені січною з паралельними прямими рівні. А за умовою вони не рівні. Прийшли до протиріччя. Отже, дані прямі не паралельні, тому вони перетинаються.

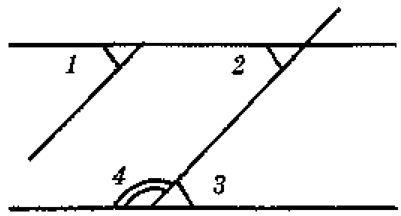
209. Сторони кута *BAC* — доповняльні промені. Отже, це — розгорнутий кут.

210. а) Знаючи суму 180° і різницю 50° кутів 4 і 3, знаходимо: ∠ 3 = 65°, ∠ 4 = 115°.

211. Оскільки *AB* = *AC*, то за ознакою паралельності прямих *AB* || *CD*. Тоді за властивістю паралельних прямих ∠ *A* = ∠ *D*.



Мал. 22



Мал. 23

212. а) Кути A і B — внутрішні односторонні при паралельних прямих AD і BC, тому їх сума дорівнює 180°.

в) Оскільки $\angle A + \angle B = 180°$ і $\angle C + \angle D = 180°$, то $\angle A = \angle C$.

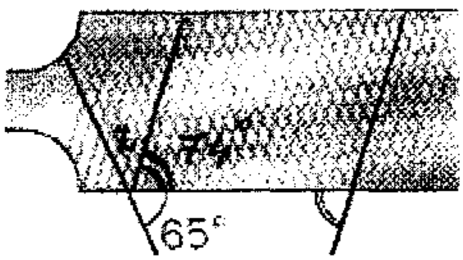
213. а) Оскільки $BC \parallel AD$, то $\angle A + \angle B = 180°$ і $\angle C + \angle D = 180°$. Якщо ж у цих рівностях $\angle B = \angle C$, то і $\angle A = \angle D$.

214. Згідно з аксіомою Евкліда тільки одна з трьох даних прямих може бути паралельною прямій a. Дві інші не паралельні їй, тому перетинають пряму a. Йдеться про чотири прямі однієї площини!

215. Може бути два випадки (мал. 23). Якщо йдеться про кути 1 і 3, то вони рівні, бо $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$. Якщо йдеться про кути 1 і 4, то їх сума дорівнює 180°. Бо $\angle 1 = \angle 2$, а $\angle 2 + \angle 4 = 180°$.

217. Проведіть через точку C пряму, паралельну прямій AB. Вона розбиває кут $\angle BCD$ на два кути, один з яких дорівнює $\angle ABC$, а другий $\angle CDE$. Отже, $\angle BCD = \angle ABC + \angle CDE = 50° + 36° = 86°$.

218. Розв'язання на малюнку 24. x - 180° - 74° - 65° = 41°.



Мал. 24

222. б) Пряма і круг можуть мати 0, 1 або безліч спільних точок.

в) Два кола можуть мати 0,1,2 або безліч спільних точок.

224. Занумеруємо ребра куба, паралельні якомусь одному з них, числами 1, 2, 3, 4. З них існує 6 різних пар паралельних ребер: 1 і 2, 1 і 3, 1 і 4, 2 і 3, 2 і 4, 3 і 4.

Усього попарно паралельних ребер куб, як і будь-який паралелепіпед, має втричі більше: 18.