

Уроки 10—11**Тема. Ознаки паралельності прямих.**

Мета. Сформулювати і довести дві ознаки паралельності прямих, навчити застосовувати їх для розв'язання задач.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні мають уміти називати кути, утворені січною з двома прямими, формулювати і доводити ознаки паралельних прямих, застосовувати їх до розв'язування задач.

Методичні вказівки

Ознаки паралельності прямих у різних підручниках формулюються і доводяться неоднаково і розглядаються у різних місцях підручника, навіть в різних розділах. Якщо ввести нумерацію уроків геометрії у 7 класі, то: у підручнику [1] ознаки паралельності розглядаються на 6-му уроці, у підручнику [2] — на 23-му уроці. А деякі автори пропонують ознайомлювати учнів з ознаками паралельності прямих тільки у 8 класі. І кількість ознак у різних підручниках різна, найбільше їх є в підручнику [5], де спочатку обґрунтовується рівносильність 12 різних умов, а сама ознака формулюється так: "*Дві різні прямі a і b паралельні тоді і тільки тоді, коли при перетині їх третьою прямою виконується одна з умов 1) — 12) (а отже, і всі інші)*" [5, с. 30].

У всіх підручниках ознаку паралельності прямих доводять методом від супротивного, тому починають майже однаково: "Нам треба довести, що коли січна з прямими a і b утворює рівні внутрішні різносторонні кути, то прямі a і b паралельні. Припустимо, що вони не паралельні, тобто перетинаються в деякій точці C ".

Після цього починаються розбіжності. Як спростувати твердження, супротивне доведженому? Одні автори показують, що коли прямі a і b перетинаються в точці C , то вони неминуче перетинаються ще в одній точці C_1 . А цього не може бути, бо через дві точки можна провести тільки одну пряму. Інші спростовують припущення, посилаючись на теорему про зовнішній кут трикутника, ще інші — на властивості центральної симетрії і т.д. Найчастіше для доведення розглядуваної теореми використовують ті чи інші властивості трикутників. Тому змушені перед вивченням паралельних прямих розглядати тему про трикутники і вивчення трикутників розбивають на три чи й більше етапів.

Працюючи багато років за підручником [2], немало вчителів найкращим вважають доведення, подане в ньому (українські видання). Радимо вдуматися в те доведення: там ідеться про внутрішні різносторонні кути при **паралельних** a , b і січній AB . Але ж в умові теореми не сказано, що розглядувані прямі — паралельні! Ми ж тільки доводимо, що вони паралельні. Є в тому доведенні ще дві менш грубі помилки. Пропонуючи таке "доведення", не слід сподіватися, що воно сприятиме розумовому розвитку учнів.

Найпростіше доводити ознаку паралельності прямих на основі теореми про зовнішній кут трикутника, як це робив Евклід. Але для того перед доведенням ознаки паралельності він змушений був довести ще 26 інших тверджень. Така послідовність теорем потрібна в основах геометрії, а не в підручнику для 7

класу. У підручнику [1] пропонується менш прозоре доведення ознаки, але воно не потребує попереднього розгляду великої кількості теорем і дає змогу найраціональніше згрупувати перші розділи геометрії.

Існують також інші ознаки паралельності прямих. Наприклад, такі.

Дві прями паралельні, якщо вони перпендикулярні до третьої прямої.

Дві прями паралельні, якщо дві будь-які точки однієї з них лежать на однакових відстанях від другої.

У сильніших класах можна запропонувати обґрунтувати їх у вигляді задач на доведення. Згодом, коли учні ознайомляться з центральною симетрією, можна розглянути і таку ознаку.

Дві прями паралельні, якщо вони центрально симетричні.

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

Для роботи в класі: § 6; № 164—167, 170, 171, 173, 176—178, 189, 190.

Для роботи вдома: § 6; ЗДС 1—5; № 172, 174, 175, 191.

На другому уроці

Для роботи в класі: § 6; № 164—169, 179, 181, 183, 185—188, 193.

Для роботи вдома: § 6; ЗДС 1—5; № 180, 182, 184, 192.

Вказівки до розв'язування задач

172. б) $\angle 1 + \angle 4 = 360^\circ - \angle 5 - \angle 8 = 360^\circ - 170^\circ = 190^\circ$.

$$\angle 2 + \angle 3 = \angle 5 + \angle 8 = 170^\circ.$$

$$\text{в) } \angle 4 - \angle 5 = \angle 4 - \angle 2 = 10^\circ.$$

173. а) Так, бо $\angle 1 + \angle 4 = 50^\circ + 130^\circ = 180^\circ$.

174. а) Так, бо $\angle KBM = \angle CBM = \angle A$.

176. Так, бо $89^\circ 39' + 90^\circ 21' = 180^\circ$.

177. а) Так, бо $105^\circ + 75^\circ = 180^\circ$.

178. Якщо $ABCD$ — прямокутник, то прями кути A і B — внутрішні односторонні і такі, що їх сума дорівнює 180° . Тому $AD \parallel BC$. Аналогічно $AB \parallel CD$.

179. Не завжди. Бо такими рівними гострими кутами можуть бути внутрішні односторонні, а не внутрішні різносторонні.

180. а) Знаючи суму і різницю кутів $\angle 1$ і $\angle 4$, знаходимо: $\angle 1 = 90^\circ$, $\angle 4 = 70^\circ$. Тоді і $\angle 2 = 90^\circ$.

181. а) $\angle 4 = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$, $\angle 1 = 105^\circ - 30^\circ = 75^\circ$, $\angle 1 = \angle 3$, тому $a \parallel b$.
б) $\angle 2 = 120^\circ$, $\angle 3 = 60^\circ$, $\angle 1 = \angle 3$, тому $a \parallel b$.

182. а) — в) Прями a , b , c попарно паралельні.

183. $\angle 2 = \angle 4$, а кути 4, 8 і 12 — відповідні. Оскільки вони попарно рівні, то і прями a , b , c попарно паралельні.

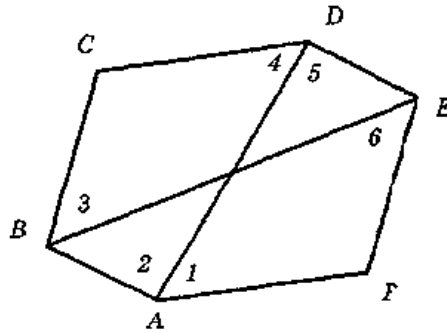
184. Позначивши вершини даного шестикутника буквами (мал. 18), можна скористатися тим, що коли внутрішні різносторонні кути рівні, то прями паралельні. Отже, оскільки $\angle 1 = \angle 4$, то $AF \parallel CD$, $\angle 2 = \angle 5$, то $AB \parallel DE$, $\angle 3 = \angle 6$, то $BC \parallel EF$.

185. Якщо $\angle 1 = 60^\circ$ і $\angle 2 = 120^\circ$, то $a \parallel b$.

Якщо $\angle 2 - \angle 3 = 60^\circ$, то $\angle 3 = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$.

Оскільки $\angle 1 = \angle 3 = 60^\circ$, то $c \parallel d$.

186. Див. малюнки 89, 90 підручника.



Мал. 18

187. Оскільки косинці однакові, то $\angle C = \angle B$, а ці кути — внутрішні різносторонні, утворені січною CB з прямими AB і CD . Тому $AB \parallel CD$.

188. Якщо січна з двома прямими утворює рівні відповідні кути, то такі дві прямі паралельні.

190. Периметр даного трикутника дорівнює 45 см, а зменшеного 30 см.
 $45 : 30 = 1,5$.

Відповідь. Зменшиться у 1,5 рази.

192. $\angle MOA = \angle MOC = 55^\circ$, $\angle MOB = \angle MOD = 70^\circ + 55^\circ = 125^\circ$.

193. Якщо градусна міра другого кута x , то першого — $x + 90^\circ$.

$x + x + 90^\circ = 180^\circ$, $x = 45^\circ$, $45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$. $135^\circ : 45^\circ = 3$. У 3 рази.